

1. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

① $x=4$ (중근)

② $x=6$ (중근)

③ $x=8$ (중근)

④ $x=2$ 또는 $x=8$

⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x-8)^2 = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{중근})$$

2. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (중근)

3. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(x-4)(x-4) = 0$

㉡ $x^2 - 4x = 0$

㉢ $x^2 + 9 = 6x$

㉣ $2x^2 + 12x = -9$

㉤ $(x-1)(x+1) = 12x^2 - 5x$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax+b)^2 = 0$ 이다.

㉠ $x = 4$ (중근)

㉢ $x^2 + 9 = 6x$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x-3)^2 = 0$$

$\therefore x = 3$ (중근)

4. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

① $x^2 + 2x = 0$

② $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $9x^2 - 49y^2 = 0$

⑤ $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

중근 : 판별식이 0이어야 한다.

$$\textcircled{3} \quad \frac{D}{4} = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0$$

5. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 중근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$

② $m^2 + 4n > 0$

③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$

⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

6. 이차방정식 $x(x - 6) = a$ 가 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

① -9

② -6

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

7. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

① -7

② -5

③ 7

④ 5

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{7}$$

8. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

① $b^2 - 4ac = 0$

② $c = a^2$

③ $x = \frac{b}{2a}$

④ $b^2 - 4ac < 0$

⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 3$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야하므로

$$\left(\frac{2m}{2}\right)^2 = 3m, \quad m(m-3) = 0$$

$\therefore m = 0$ 또는 $m = 3$

그런데 $m \neq 0$ 이므로 $m = 3$

주어진 이차방정식은 $(x+3)^2 = 0$ 이므로

$$x = -3$$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x - 5 - k = 0$ 의 해의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$D = (-2)^2 - 4(-5 - k) = 0$$

$$6 + k = 0$$

$$\therefore k = -6$$

11. 이차방정식 A 가 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 B 의 두 근일 때, $\frac{n}{m}$ 의 값을 구하여라.

$$A : x^2 + (k - 2)x + 4 = 0$$

$$B : x^2 + mx + n = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

A 가 중근을 가지려면 $(k - 2)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$ 이 되어야 한다.

$$k^2 - 4k - 12 = 0$$

$$(k - 6)(k + 2) = 0$$

$$\therefore k = -2 \text{ 또는 } k = 6$$

$-2, 6$ 이 이차방정식 B 의 두 근이므로

$$4 - 2m + n = 0, 36 + 6m + n = 0$$

두 식을 연립하면 $m = -4, n = -12$ 이다.

$$\therefore \frac{n}{m} = 3$$

12. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② 3

③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $(k+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$

$$k^2 + 2k - 3 = 0$$

$$(k-1)(k+3) = 0$$

$$\therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 1$$

-3, 1이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이므로

$$9 - 3a + b = 0, a + a + b = 0$$

두 식을 연립하면 $a = 2, b = -3$ 이다.

$$\therefore a + b = 2 + (-3) = -1$$

13. 다음 식이 x 에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2 + 3x + (k + 1)}{12}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{k+1}{12} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$$4x^2 + 3x + k + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \times 4(k + 1) = 0$$

$$9 - 16k - 16 = 0, 16k = -7$$

$$\therefore k = -\frac{7}{16}$$

14. $2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 3x + k = 0$ 의 근으로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

㉠ -2

㉡ -1

㉢ 2

㉣ 1

㉤ 3

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 2k = 0$$

$$k = 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x+1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

15. $kx^2 - 4x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 - 3x - (2k+1) = 0$ 의 근의 합은?

① -3

② -2

③ $\frac{3}{2}$

④ 0

⑤ 1

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 4k = 0$$

$$k = 1$$

$$-x^2 - 3x - 3 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\left(\frac{-3}{-1}\right) = -3$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 - (k+2)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (k+2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0$$

$$k(k+4) = 0$$

$$k = 0, -4$$

$$x^2 - ax + a^2 - 1 = 0 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1$$

$$\therefore a = 1 (\because a > 0)$$

17. 이차방정식 $x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 작은 값이 이차방정식 $ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0$ 의 한 근일 때, 음수 a 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = a^2 - 2k - 3 = 0$$

$$k = -1, 3$$

$$ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0 \text{ 에 } x = -1 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = -2, 1$$

$$\therefore a = -2 (\because a < 0)$$

18. 이차방정식 $x^2 + (k - 1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 - ax - b = 0$ 의 두 근일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$D = (k - 1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0$$

$$k = 3 \text{ 또는 } k = -1$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore ab = 6$$

19. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값 중 작은 값은?

$$16x^2 + 4ax + 2a - 3 = 0$$

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$(4a)^2 - 4 \times 16(2a - 3) = 0$$

$$a^2 - 8a + 12 = 0$$

$$a = 2, 6$$

$\therefore a$ 의 값 중 작은 값은 2 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - 2x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(1 - k)x^2 - kx - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-2)^2 - 4 \times (-k) = 4 + 4k = 0$$

$$\therefore k = -1$$

$$2x^2 + x - 6 = 0, (2x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } -\frac{1}{2}$$

21. 이차방정식 $x^2 - 6x + m - 3 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\frac{D}{4} = 9 - (m - 3) = 0$$

$$\therefore m = 12$$

22. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0 \quad \therefore$ 근이 없다.

23. 이차방정식 $2x^2 - (a+1)x + 8 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$D = (a+1)^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 - 64 = 0, a^2 + 2a - 63 = 0$$

$$(a-7)(a+9) = 0$$

$$\therefore a = 7 (\because a > 0)$$

24. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 10x + 15 + m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값은?

① 5

② -5

③ 10

④ -10

⑤ 15

해설

$$\frac{D}{4} = 25 - (15 + m) = 0$$

$$\therefore m = 10$$

25. 이차방정식 $x^2 - 8x - 3 + a = 0$ 가 중근을 갖도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - (-3 + a) = 0$$

$$\therefore a = 19$$

26. 이차방정식 $x^2 - (k - 2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

$x^2 - (k - 2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가지므로

$k - 2 = 4$ 또는 $k - 2 = -4$ 이다.

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -2$, $x = 6$ 을 대입하여 연립하여 풀면

$$a = -4, b = -12$$

$$\therefore a + b = -16$$

27. 이차방정식 $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

28. 이차방정식 $x^2 + 3k + 4 = 8x$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

$x^2 + 3k + 4 = 8x$ 가 중근을 가지므로

$$3k + 4 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2, 3k + 4 = 16$$

$$\therefore k = 4$$

29. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

$$D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$$

$$4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$m = 2 \text{ 또는 } m = -1$$

따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

30. 이차방정식 $x^2 - 9x + k = x - 7$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$$

$$x^2 - 10x + k + 7 = 0$$

근이 1개이므로 중근을 갖는다.

$$k + 7 = 25$$

$$\therefore k = 18$$

31. 이차방정식 $x^2+6x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $2x^2+ax-a=0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$

▷ 정답: $x = 3$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 3^2 + a = 0, a = -9$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x-3)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

32. 다음식이 x 에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2 + 2x - (k - 3)}{7}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}x - \frac{k-3}{7} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$$3x^2 + 2x - k + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 3 \times (-k + 3) = 0$$

$$1 + 3k - 9 = 0, 3k = 8$$

$$\therefore k = \frac{8}{3}$$

33. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D = 4(m+1)^2 - 4(m^2 + 5) = 0$$

$$m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 = 0$$

$$2m - 4 = 0$$

$$\therefore m = 2$$

34. 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$D = 4(m-1)^2 - 4(m^2 - 4) = 0$$

$$m^2 - 2m + 1 - m^2 + 4 = 0$$

$$-2m + 5 = 0$$

$$\therefore m = \frac{5}{2}$$

35. 이차방정식 $x^2 + 8x = 2x + m$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(m + 6)x^2 + 14x - 15 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. (단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 8x - 2x - m = 0$$

$x^2 + 6x - m = 0$ 가 중근을 가질 때,
 $m = -9$ 이다.

$$-3x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$3x^2 - 14x + 15 = 0$$

$$(3x - 5)(x - 3)$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 근의 곱은 5이다.

36. 이차방정식 $9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$9x^2 - 6ax + 5a - 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(6a)^2 - 4 \times 9(5a - 4) = 0$$

$$a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$a = 1, 4$$

$\therefore a$ 의 값 중 큰 것은 4 이다.

37. 이차방정식 $x^2 - (k + 1)x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$x^2 - (k + 1)x + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$k + 1 = 6$ 또는 $k + 1 = -6$ 이다.

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -7, x = 5$ 을 대입하여 연립하여 풀면

$a = 2, b = -35$ 이다.

$\therefore a - b = 37$

38. 이차방정식 $x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 이 중근을 가져야 하므로 $m - 1 = 9$ 이다.

$\therefore m = 10$

39. 이차방정식 $x^2 + k(4x + 1) + 3 = 0$ 의 해의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $k > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 4kx + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.

따라서 $D = (4k)^2 - 4(k + 3) = 0$, $4k^2 - k - 3 = 0$

$(4k + 3)(k - 1) = 0$

$k > 0$ 이므로 $k = 1$ 이다.