

1.  $a - b = 1$ ,  $a^2 - b^2 = 4$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = (a + b) \times 1 = 4$$

$$\therefore a + b = 4$$

2.  $a + b = 2$ ,  $a^2 - b^2 = 10$  일 때,  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a - b = 5$

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) = 2 \times (a - b) = 10 \\ \therefore a - b &= 5 \end{aligned}$$

3.  $9a^2 - 16b^2 = -12$  이고  $3a - 4b = 4$  일 때,  $3a + 4b$  의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ -2

④ -3

⑤ -5

해설

$$(3a + 4b)(3a - 4b) = -12$$

$$\therefore 3a + 4b = -3$$

4.  $25x^2 - 16y^2 = 9$ ,  $5x + 4y = 9$  일 때,  $4y - 5x$ 의 값을 구하면?

①  $-2$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $2$

해설

$$25x^2 - 16y^2 = 9, (5x + 4y)(5x - 4y) = 9$$

$$9(5x - 4y) = 9$$

$$5x - 4y = 1$$

$$\therefore 4y - 5x = -1$$

5.  $x + y = \sqrt{3}$ ,  $x - y = \sqrt{2}$  일 때,  $x^2 - y^2 + 4x - 4y$  의 값을 구하면?

- ①  $\sqrt{6} + 4\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{6} - 4\sqrt{2}$       ③  $2\sqrt{6} + \sqrt{2}$   
④  $3\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$       ⑤  $4\sqrt{6} - 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 4x - 4y &= (x + y)(x - y) + 4(x - y) \\ &= (x - y)(x + y + 4) \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{3} + 4) \\ &= \sqrt{6} + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

6. 다음을 만족할 때,  $x^2 - y^2 + 3(x + y)$  의 값을 구하면?

$x + y = \sqrt{3}, x - y = \sqrt{5}$

- ①  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$                       ②  $\sqrt{5} + \sqrt{10}$                       ③  $\sqrt{10} + \sqrt{3}$
- ④  $\sqrt{15} + 3\sqrt{3}$                       ⑤  $\sqrt{15} + 4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 3(x + y) &= (x + y)(x - y) + 3(x + y) \\ &= (x + y)(x - y + 3) \\ &= \sqrt{3}(\sqrt{5} + 3) \\ &= \sqrt{15} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

7.  $a - b = 2\sqrt{3}$  일 때,  $a^2 + b^2 - 2ab - 3(a - b) - 12$  의 값은?

㉠  $-6\sqrt{3}$

㉡  $1 - 6\sqrt{3}$

㉢  $2 - 6\sqrt{3}$

㉣  $3 - 6\sqrt{3}$

㉤  $4 - 6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - b)^2 - 3(a - b) - 12 \\&= (2\sqrt{3})^2 - 3 \times 2\sqrt{3} - 12 \\&= 12 - 6\sqrt{3} - 12 = -6\sqrt{3}\end{aligned}$$

8.  $x + y = 1, xy = -1$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $x^2 + y^2 = 3$       ②  $(x - y)^2 = 5$       ③  $x^2y + xy^2 = 1$

④  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$       ⑤  $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = -3$

해설

③  $x^2y + xy^2 = xy(x + y) = -1 \times 1 = -1$

9.  $x + y = -2$ ,  $xy = 1$  일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\text{㉠}} \quad (x - y)^2 = -1$

$\textcircled{\text{㉡}} \quad x^2 + y^2 = 2$

$\textcircled{\text{㉢}} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$

$\textcircled{\text{㉣}} \quad x^2y + xy^2 = -2$

$\textcircled{\text{㉤}} \quad \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 3$

- $\textcircled{1} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{2} \quad \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$

$\textcircled{3} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

$\textcircled{4} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$

$\textcircled{5} \quad \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}$

해설

$\textcircled{\text{㉠}} \quad (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 4 - 4 = 0$

$\textcircled{\text{㉢}} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy} = -2$

$\textcircled{\text{㉤}} \quad \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x + y)^2 - 2xy}{xy} = 2$

10.  $x - y - 3 = 0$  일 때,  $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 1$  의 값은?

- ①  $-7$       ②  $-5$       ③  $1$       ④  $3$       ⑤  $5$

해설

$x - y = 3$  이므로

$$\begin{aligned}(x - y)^2 - 5(x - y) + 1 &= 3^2 - 5 \times 3 + 1 \\ &= 9 - 15 + 1 = -5\end{aligned}$$

11.  $a - b = 3$  일 때,  $a^2 - 2ab + a + b^2 - b - 5$  의 값을 구하면?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 2ab + b^2 + a - b - 5 \\ &= (a - b)^2 + (a - b) - 5 \\ &= 3^2 + 3 - 5 = 7 \end{aligned}$$

12.  $x - y = \sqrt{5}$  일 때,  $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$  의 값은?

①  $2\sqrt{5}$

②  $4\sqrt{5}$

③  $1 + 2\sqrt{5}$

④  $2 + 2\sqrt{5}$

⑤  $3 + 2\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3 \\ &= (x - y)^2 + 2(x - y) - 3 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} - 3 = 2 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

13.  $x - y = \sqrt{2}$  일 때,  $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4$  의 값은?

①  $2 + 4\sqrt{2}$

②  $3 + 4\sqrt{2}$

③  $4 + 4\sqrt{2}$

④  $5 + 4\sqrt{2}$

⑤  $6 + 4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4 \\ &= (x - y)^2 + 4(x - y) + 4 \\ &= (\sqrt{2})^2 + 4\sqrt{2} + 4 = 6 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

14.  $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$  일 때,  $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$  의 값은? (단,  $xy \neq 0$ )

①  $\frac{1}{3}$

②  $\frac{2}{3}$

③ 1

④  $\frac{4}{3}$

⑤  $\frac{5}{3}$

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0, (x - 3y)^2 = 0 \therefore x = 3y$$

$\frac{x^2 + y^2}{2xy}$  에  $x = 3y$  를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{(3y)^2 + y^2}{2 \times 3y \times y} = \frac{10y^2}{6y^2} = \frac{5}{3}$$

15.  $x^2 - 4xy + 4y^2 = 0$  일 때,  $\frac{x^2 + y^2}{xy}$  의 값은? (단,  $xy \neq 0$  )

①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{2}{3}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{3}{2}$

⑤  $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 0, (x - 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2y$$

$\frac{x^2 + y^2}{xy}$  에  $x = 2y$  를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(2y)^2 + y^2}{2y \times y} = \frac{5y^2}{2y^2} = \frac{5}{2}$$

16.  $a - \frac{1}{a} = 5$  일 때,  $a^4 - \frac{1}{a^4}$  의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$  )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $135\sqrt{29}$

해설

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 25$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 27$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 29$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{29}$$

$$\begin{aligned}\therefore \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a}\right) &= 27 \times \sqrt{29} \times 5 \\ &= 135\sqrt{29}\end{aligned}$$

17.  $a + b = 10, a^2 - b^2 - 3a - 3b = 50$  일 때,  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a - b = 8$

해설

$$a^2 - b^2 - 3a - 3b = 50$$

$$(a^2 - b^2) - 3(a + b) = 50$$

$$(a + b)(a - b) - 3(a + b) = 50$$

$$(a + b)(a - b - 3) = 50$$

$$a + b = 10 \text{ 이므로}$$

$$a - b - 3 = 5$$

$$\therefore a - b = 8$$

18.  $a = 8 + 2\sqrt{2}$  일 때,  $a^2 - 16a + 55$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$$\begin{aligned}(a - 11)(a - 5) &= (8 + 2\sqrt{2} - 11)(8 + 2\sqrt{2} - 5) \\ &= (2\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 3) = -1\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}a = 8 + 2\sqrt{2} \text{에서 } a - 8 &= 2\sqrt{2} \\ \text{양변을 제곱하면 } a^2 - 16a + 64 &= 8 \text{ 이므로} \\ a^2 - 16a &= -56 \\ (\text{준식}) &= -56 + 55 = -1\end{aligned}$$

19.  $ax + by = 3\sqrt{2} - 4$ ,  $bx - ay = 3\sqrt{2} + 4$  일 때,  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \\ &= a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) + (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax + by)^2 + (ay - bx)^2 \\ &= (3\sqrt{2} - 4)^2 + (-3\sqrt{2} - 4)^2 \\ &= 68 \end{aligned}$$

20.  $ax - by = 2\sqrt{3} + 3$ ,  $bx - ay = 2\sqrt{3} - 3$  일 때,  $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $24\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 - b^2)(x^2 - y^2) \\ &= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= (a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax - by)^2 - (ay - bx)^2 \\ &= (2\sqrt{3} + 3)^2 - (-2\sqrt{3} + 3)^2 \\ &= 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

21.  $a = 2\sqrt{2} - 4, b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때,  $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

22.  $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$ ,  $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$  일 때,  $x^2 - y^2$  의 값은?

- ①  $\sqrt{6}$       ②  $2\sqrt{3}$       ③  $2\sqrt{2}$       ④  $-\sqrt{6}$       ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\&= \left( \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&\quad \left( \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&= \left( \frac{2\sqrt{3}}{2} \right) \times \left( \frac{2\sqrt{2}}{2} \right) \\&= \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

23.  $a + b = 3\sqrt{2} + 1$  일 때, 다음 식의 값은?

$a^2 + b^2 + 2ab - 2(a + b) + 3$

- ① 10

② 15

③ 20

④  $10\sqrt{3} + 10$

⑤  $20\sqrt{3} + 10$

해설

$a + b = 3\sqrt{2} + 1$  에서  
 $(a + b - 1)^2 = (3\sqrt{2})^2$  ,  
 $a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2ab = 17$   
 $\therefore a^2 + b^2 + 2ab - 2(a + b) + 3 = 17 + 3 = 20$

24. 다음 조건을 이용하여  $x^2 + y^2$ 을 구하여라.

- ㉠  $xy = 6$
- ㉡  $3x + 3y + x^2y + xy^2 = 36$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3x + 3y + x^2y + xy^2 &= 36 \\ 3(x + y) + xy(x + y) &= 36 \\ (x + y)(3 + xy) &= 36 \text{ 에서} \\ xy = 6 \text{ 이므로 } x + y &= 4 \text{ 이다.} \\ \therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= 4^2 - 2 \times 6 \\ &= 16 - 12 = 4 \end{aligned}$$

25.  $f(x) = 4x + 2$ ,  $g(x) = 6x^2 - 5x - 4$  이고,  $\frac{g(x)}{f(x)} = ax + b$  로 나타내어질 때,  $2ab$  의 값은?

- ① -6      ② -2      ③ 1      ④ 2      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}\frac{g(x)}{f(x)} &= \frac{6x^2 - 5x - 4}{4x + 2} \\ &= \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{2(2x + 1)} \\ &= \frac{3x - 4}{2} = \frac{3}{2}x - 2\end{aligned}$$

$$\frac{3}{2}x - 2 = ax + b \text{ 이므로 } a = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\therefore 2ab = 2 \times \frac{3}{2} \times (-2) = -6$$

26.  $a - 2b = 2$  일 때,  $a(x + y) - 2b(x + y) - 2x - 2y$  의 값은?

①  $-4x - 4y$

②  $-2$

③  $0$

④  $2$

⑤  $4x + 4y$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= A \text{ 로 치환하면} \\(\text{준식}) &= aA - 2bA - 2A \\&= A(a - 2b - 2) \\&= A(2 - 2) \\&= A \times 0 \\&= 0\end{aligned}$$

27.  $a - 3b = 4$  일 때,  $ax - 3bx + ay - 3by - 4x - 4y$  의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a - 3b)x + (a - 3b)y - 4(x + y) \\&= (a - 3b)(x + y) - 4(x + y) \\&= (x + y)(a - 3b - 4) \\&= (x + y)(4 - 4) = 0\end{aligned}$$

28.  $x + y = -2 + \sqrt{3}$ ,  $x - y = 1 - \sqrt{3}$  일 때,  $x^2 - y^2 + 3x - 3y$  의 값을 구하면?

① -2

② -1

③  $2 - \sqrt{3}$

④  $2 + \sqrt{3}$

⑤  $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 3x - 3y &= (x + y)(x - y) + 3(x - y) \\&= (x - y)(x + y + 3) \\&= (1 - \sqrt{3})(-2 + \sqrt{3} + 3) \\&= (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \\&= 1 - 3 = -2\end{aligned}$$

29.  $x - \frac{1}{x} = 1$  일 때,  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  의 값은?

- ①  $\pm\sqrt{5}$       ②  $\pm 4$       ③  $\pm 1$       ④  $2$       ⑤  $-4$

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 1 + 4 = 5$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 1 \times (\pm\sqrt{5}) = \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

30.  $x + y = 2\sqrt{3}$ ,  $xy = 4$  일 때,  $x^2 - xy + y^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= x^2 + y^2 + 2xy \\ x^2 + y^2 - xy &= (x + y)^2 - 3xy \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 3 \times 4 \\ &= 12 - 12 \\ &= 0\end{aligned}$$

31.  $a + b = 5$  이고,  $ax + bx - 2ay - 2by = 20$  일 때,  $x^2 - 4xy + 4y^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} ax + bx - 2ay - 2by &= x(a + b) - 2y(a + b) \\ &= (a + b)(x - 2y) = 20 \end{aligned}$$

$$5 \times (x - 2y) = 20, \quad x - 2y = 4$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2 = 4^2 = 16$$

32.  $a - b = 2$  일 때,  $a^2 - 2ab + b^2 + 4a - 4b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 + 4a - 4b &= (a - b)^2 + 4(a - b) \\ &= 2^2 + 4 \times 2 \\ &= 4 + 8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

33.  $x + y = 4, xy = 2$  일 때,  $(3x + y)^2 - (x + 3y)^2$  의 값을 구하여라. (단,  $x > y$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $64\sqrt{2}$

해설

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 8$$

$$\therefore x - y = 2\sqrt{2} (\because x > y)$$

$$\begin{aligned}(3x + y)^2 - (x + 3y)^2 &= (2x - 2y)(4x + 4y) \\ &= 8(x + y)(x - y) \\ &= 8 \times 4 \times 2\sqrt{2} \\ &= 64\sqrt{2}\end{aligned}$$

34.  $x + y = 15, x^2 - y^2 + 5x - 5y = 120$  일 때,  $x - y$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(x - y)(x + y + 5) = 120$$

$$\therefore x - y = 6$$

35.  $x = 4 + \sqrt{2}$  일 때,  $x^2 - 8x + 15$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(x-5)(x-3) &= (4+\sqrt{2}-5)(4+\sqrt{2}-3) \\ &= (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1\end{aligned}$$

36.  $ab = 2$ ,  $(a + 3)(b + 3) = 20$  일 때,  $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3 = (a + b)^3 - ab(a + b)$$

$ab = 2$ ,  $(a + 3)(b + 3) = 20$  에서

$2 + 3(a + b) + 9 = 20$  이므로

$$\therefore a + b = 3$$

$$\therefore (a + b)^3 - ab(a + b) = 3^3 - 2 \times 3 = 21$$

37.  $(x+2)(y+2) = 20$ ,  $xy = 6$  일 때,  $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = (x+y)^3 - 2xy(x+y)$$

$$(x+2)(y+2) = 20, xy = 6 \text{ 에서}$$

$$6 + 2(x+y) + 4 = 20 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x+y = 5$$

$$\therefore (x+y)^3 - 2xy(x+y) = 5^3 - 2 \times 6 \times 5 = 65$$

38.  $xy = 5$  이고,  $x^2y + xy^2 + 2(x + y) = 42$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 26

⑤ 28

해설

$$\begin{aligned}x^2y + xy^2 + 2(x + y) &= xy(x + y) + 2(x + y) \\&= (x + y)(xy + 2) = 42 \text{ 에서}\end{aligned}$$

$xy = 5$  이므로  $x + y = 6$  이다.

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 6^2 - 2 \times 5 \\&= 36 - 10 = 26\end{aligned}$$

39. 다음 조건을 만족할 때,  $x^3 + x + y + x^2y + 4$  의 값을 구하여라.

$x = \sqrt{3}, x + y - 4 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{3}, x + y = 4 \text{ 이므로} \\ x^3 + x + y + x^2y + 4 &= x^2(x + y) + (x + y) + 4 \\ &= (x + y)(x^2 + 1) + 4 \\ &= 4 \times (3 + 1) + 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

40.  $x + \frac{2}{x} = 4$  일 때,  $x^2 + \frac{4}{x^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\&= 4^2 - 4 \\&= 16 - 4 \\&= 12\end{aligned}$$

41.  $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{5}$  일 때,  $5x^2 + \frac{5}{x^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 215

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\&= (3\sqrt{5})^2 - 2 \\&= 45 - 2 \\&= 43\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} &= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\&= 5 \times 43 \\&= 215\end{aligned}$$

42.  $x + \frac{2}{x} = 3\sqrt{2}$  일 때,  $3x^2 + \frac{12}{x^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\&= (3\sqrt{2})^2 - 4 \\&= 18 - 4 \\&= 14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 3x^2 + \frac{12}{x^2} &= 3\left(x^2 + \frac{12}{x^2}\right) \\&= 3 \times 14 \\&= 42\end{aligned}$$

43.  $a = \sqrt{2} + 1$ ,  $b = \sqrt{2} - 1$  일 때,  $a^2 - b^2$  의 값은?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $2\sqrt{2}$       ③  $3\sqrt{2}$       ④  $4\sqrt{2}$       ⑤  $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 \\ &= (a + b)(a - b) \\ &= (\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1) \\ &= 2\sqrt{2} \times 2 \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

44.  $a + b = 3$  이고,  $2ax + 2bx - 3ay - 3by = -18$  일 때,  $4x^2 - 12xy + 9y^2$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 24      ② 27      ③ 30      ④ 33      ⑤ 36

해설

$$2ax + 2bx - 3ay - 3by = 2x(a + b) - 3y(a + b)$$

$$(2x - 3y)(a + b) = -18$$

$$2x - 3y = -6$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2 = 36$$

45. 서로 다른 두 수  $x, y$  에 대하여  $5x^2 - 10xy + 5y^2 = 2x - 2y$  의 관계가 성립할 때,  $x - y$  의 값으로 알맞은 것을 고르면?(단,  $x + y \neq 0$ )

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤ 1

해설

좌변:  $5(x^2 - 2xy + y^2) = 5(x - y)^2$ ,

우변:  $2x - 2y = 2(x - y)$

$5(x - y) = 2$  ( $\because x \neq y$ ),

$x - y = \frac{2}{5}$

46.  $a + b = 2$  일 때,  $a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a + b)^2 - 2(a + b) \\ &= (a + b)(a + b - 2) \\ &= 2 \times (2 - 2) = 0\end{aligned}$$

47.  $x = \sqrt{2} - 1$ ,  $y = \sqrt{2} + 1$  일 때, 다음을 계산하여라.

보기

$$xy^2 - x^2y$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} xy^2 - x^2y &= xy(y - x) \\ &= (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1) \\ &= (2 - 1)2 = 2 \end{aligned}$$

48. 다음  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여  $\frac{f(x)}{g(x)} = ax + b$ 로 나타내어질 때,  $6ab$ 의 값을 구하여라.

$f(x) = 6x^2 + 9x + 3, g(x) = 6x + 6$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $6ab = 3$

해설

$$\begin{aligned}\frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{6x^2 + 9x + 3}{6x + 6} \\ &= \frac{3(x + 1)(2x + 1)}{6(x + 1)} \\ &= \frac{2x + 1}{2} = x + \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$x + \frac{1}{2} = ax + b \text{ 이므로 } a = 1, b = \frac{1}{2}$

$\therefore 6ab = 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3$

49.  $a - 2b = 3$  일 때,  $a^2 - 3a + 4b^2 + 6b - 4ab + 2$  의 값을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 4ab + 4b^2 - 3a + 6b + 2 \\ &= (a - 2b)^2 - 3(a - 2b) + 2 \\ &= 3^2 - 3 \times 3 + 2 = 2 \end{aligned}$$

50.  $a - 2b = 3$  이고,  $2ax - 4xb + ay - 2by = -12$  일 때,  $4x^2 + 4xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 2ax - 4xb + ay - 2by &= 2x(a - 2b) + y(a - 2b) \\ &= (a - 2b)(2x + y) \\ &= 3 \times (2x + y) \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\therefore 2x + y = -4$$

$$4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2 = (-4)^2 = 16$$

51.  $a - b = 12$  일 때,  $a^2 - 8a + b^2 + 8b - 2ab + 16$  의 값을 구하면?

① 36

② 64

③ 49

④ 16

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 8a + b^2 + 8b - 2ab + 16 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + -8a + 8b + 16 \\ &= (a - b)^2 - 8(a - b) + 16 \\ &= (a - b - 4)^2 \\ &= 64 \end{aligned}$$

52.  $x = 2 + \sqrt{3}$ ,  $y = 2 - \sqrt{3}$  일 때,  $x^2y + xy^2 - 2xy$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & x^2y + xy^2 - 2xy \\ &= xy(x + y - 2) \\ &= (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 2) \\ &= (4 - 3) \times 2 = 2 \end{aligned}$$

53.  $x^2 - 4x - 1 = 0$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned}x - 4 - \frac{1}{x} = 0 &\Rightarrow x - \frac{1}{x} = 4 \\x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 4^2 + 2 = 18\end{aligned}$$

54.  $x^2 + 3x + 1 = 0$  일 때,  $x - \frac{1}{x}$  의 값을 구하면?

①  $-3$

②  $\pm 3$

③  $\sqrt{5}$

④  $\pm \sqrt{5}$

⑤  $7$

해설

$$x^2 + 3x + 1 = 0, \quad x + \frac{1}{x} = -3$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = (-3)^2 - 4 = 5$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

55.  $x + y = 3\sqrt{2}$ ,  $xy = 5$ 일 때,  $x^2 - 3xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 3xy + y^2 &= (x + y)^2 - 5xy \\&= (3\sqrt{2})^2 - 5 \times 5 \\&= 18 - 25 = -7\end{aligned}$$

56.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때,  $2x + \frac{2}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $4\sqrt{2}$

▷ 정답 :  $-4\sqrt{2}$

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm 2\sqrt{2}$$

$$2x + \frac{2}{x} = 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \times (\pm 2\sqrt{2}) = \pm 4\sqrt{2}$$

57.  $x^2 - 3x - 1 = 0$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$  의 양변을  $x$  로 나누어 주면,

$x - 3 - \frac{1}{x} = 0$  이므로  $x - \frac{1}{x} = 3$  이다.

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$

58.  $x^2 - 5x - 1 = 0$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  의 값을 구하면?

① 25

② 26

③ 27

④ 28

⑤ 29

해설

$x^2 - 5x - 1 = 0$  의 양변을  $x$  로 나누어 주면,

$x - 5 - \frac{1}{x} = 0$  이므로  $x - \frac{1}{x} = 5$  이다.

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 5^2 + 2 = 27$

59.  $x = 2 + \sqrt{2}$ ,  $y = 2\sqrt{2} - 3$  일 때,  $3x^2 - 10xy + 3y^2$  의 값을 구하면?

- ①  $89 - 31\sqrt{2}$       ②  $89 - 32\sqrt{2}$       ③  $89 - 33\sqrt{2}$   
④  $89 - 34\sqrt{2}$       ⑤  $89 - 35\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 10xy + 3y^2 &= (3x - y)(x - 3y) \\ &= \{3(2 + \sqrt{2}) - (2\sqrt{2} - 3)\} \\ &\{ (2 + \sqrt{2}) - 3(2\sqrt{2} - 3) \} = (9 + \sqrt{2})(11 - 5\sqrt{2}) \\ &= 99 - 45\sqrt{2} + 11\sqrt{2} - 10 \\ &= 89 - 34\sqrt{2} \end{aligned}$$