

1. $a = 1.75$, $b = 0.25$ 일 때, $a^2 - 6ab + 9b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 6ab + 9b^2 &= (a - 3b)^2 \\&= (1.75 - 3 \times 0.25)^2 \\&= 1^2 = 1\end{aligned}$$

2. $x = -3 + \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 + 6x + 9$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (-3 + \sqrt{5} + 3)^2 = 5$$

3. $x = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ 일 때, $4x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \rightarrow 2x - 1 = \sqrt{3} \text{므로} \\4x^2 - 4x + 1 &= (2x - 1)^2 \\&= (\sqrt{3})^2 = 3\end{aligned}$$

4. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 인수분해 공식을 이용하여 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{6}$

해설

$$x + y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3},$$

$$x - y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

5. $x = -1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 + 2x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$x + 1 = \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

6. $a = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $a^2 + 4a + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3 + 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}a^2 + 4a + 4 &= (a + 2)^2 \\&= (\sqrt{2} - 1 + 2)^2 \\&= (\sqrt{2} + 1)^2 \\&= 2 + 2\sqrt{2} + 1 \\&= 3 + 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

7. $x = \frac{2}{\sqrt{6} - 2}$ 일 때, $(x+1)^2 - 6(x+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{6} + 2 \\(x+1)^2 - 6(x+1) &= (x+1)(x-5) \\&= (\sqrt{6} + 3)(\sqrt{6} - 3) \\&= -3\end{aligned}$$

8. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① $-4\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b^2 - a^2}{ab}$$

$$= \frac{-(a+b)(a-b)}{ab}$$

$$= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

9. $x = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$, $y = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$ 일 때, $x^2 + 3xy + y^2$ 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2} - 1$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{2} + 1$$

$$x^2 + 3xy + y^2 = (x + y)^2 + xy \text{에서}$$

$$x + y = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} + 1) = 2\sqrt{2}$$

$$xy = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 1$$

$$\therefore (\text{준식}) = (x + y)^2 + xy = (2\sqrt{2})^2 + 1 = 9$$

10. $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설

$$x + y = 2\sqrt{2}, \quad x - y = 2$$
$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$$

11. $x = \frac{1}{\sqrt{8} - \sqrt{6}}$, $y = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{6}}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하면?

- ① $4\sqrt{3}$ ② $-8\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$
④ $-5\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

해설

$$\text{유리화하면, } x = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{6}}{2}, y = \frac{\sqrt{8} - \sqrt{6}}{2}$$
$$x + y = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, x - y = \sqrt{6}$$
$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

12. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2$ 의 값을 구하면?

- ① 95 ② 96 ③ -96 ④ -95 ⑤ -94

해설

x, y 를 유리화하면

$$x = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$y = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$x - y = (5 + 2\sqrt{6}) - (5 - 2\sqrt{6}) = 4\sqrt{6} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 &= (x - y)^2 \\&= (4\sqrt{6})^2 = 96\end{aligned}$$

13. $\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 x 라 할 때, $x^2 + 2x + 1$ 의 값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3} + 1$ ③ $2\sqrt{3}$
④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$, 즉 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로

$\sqrt{3} = 1.\times \times \times \dots$

$\therefore x = (\sqrt{3} \text{의 소수 부분}) = \sqrt{3} - 1$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 2x + 1 &= (x + 1)^2 = (\sqrt{3} - 1 + 1)^2 \\ &= (\sqrt{3})^2 = 3\end{aligned}$$

14. $x = \sqrt{3} - 6$, $y = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $x^2 + 2xy - 3y^2$ 의 값은?

- ① -12 ② -24 ③ -32
④ $-24\sqrt{3}$ ⑤ $-32\sqrt{3}$

해설

$$(준식) = (x - y)(x + 3y)$$
$$x - y = -8, x + 3y = 4\sqrt{3} \text{이므로}$$
$$(-8) \times 4\sqrt{3} = -32\sqrt{3}$$

15. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x + 8$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ $2\sqrt{2} + 3$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x - 1 &= \sqrt{2} \text{ 이므로} \\x^2 - 2x + 8 &= (x^2 - 2x + 1) + 7 \\&= (x - 1)^2 + 7 \\&= (\sqrt{2})^2 + 7 \\&= 9\end{aligned}$$

16. 다음 중 $x = \sqrt{2} - 3$ 일 때, $x^2 - 2x - 15$ 의 값은?

- ① $2 + 8\sqrt{2}$ ② $2 - 8\sqrt{2}$ ③ $-10 - 4\sqrt{2}$
④ $10 + 4\sqrt{2}$ ⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 15 &= (x - 5)(x + 3) \\&= (\sqrt{2} - 3 - 5)(\sqrt{2} - 3 + 3) \\&= (\sqrt{2} - 8)\sqrt{2} \\&= 2 - 8\sqrt{2}\end{aligned}$$

17. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x - 8$ 의 값은?

- ① -9 ② -8 ③ -7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}x - 1 &= \sqrt{2} \text{이므로} \\x^2 - 2x - 8 &= (x - 1)^2 - 9 \\&= (\sqrt{2})^2 - 9 \\&= 2 - 9 \\&= -7\end{aligned}$$

18. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^2 - 7x + 12$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $8 - 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 7x + 12 &= (x - 3)(x - 4) \\&= (\sqrt{2} + 1 - 3)(\sqrt{2} + 1 - 4) \\&= (\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} - 3) \\&= 8 - 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

19. $x = -1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 값은?

- ① $10 - 4\sqrt{2}$ ② $-10 + 4\sqrt{2}$ ③ $\textcircled{3} -10 - 4\sqrt{2}$
④ $10 + 4\sqrt{2}$ ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 15 &= (x - 5)(x + 3) \\&= (-1 + \sqrt{2} - 5)(-1 + \sqrt{2} + 3) \\&= (\sqrt{2} - 6)(\sqrt{2} + 2) \\&= 2 - 4\sqrt{2} - 12 \\&= -10 - 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

20. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $(a+3)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $8 + 2\sqrt{7}$

해설

$$a = \sqrt{7} - 2$$

$$(a+3)^2 = (\sqrt{7}-2+3)^2 = (\sqrt{7}+1)^2$$

$$= 7 + 2\sqrt{7} + 1$$

$$= 8 + 2\sqrt{7}$$

21. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① $-4\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$

- ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

22. $x = -1 + \sqrt{3}$ 일 때, $4x^2 + 8x + 4$ 의 값을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x + 1 &= \sqrt{3} \text{ 이므로} \\4x^2 + 8x + 4 &= 4(x^2 + 2x + 1) \\&= 4(x + 1)^2 \\&= 4(\sqrt{3})^2 \\&= 12\end{aligned}$$

23. $a = \sqrt{3} - 4$, $b = 2 + \sqrt{3}$, $c = 3 - \sqrt{3}$ 일 때, $a^2 - ab + ac - bc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned}& (준식) \\&= a(a-b) + c(a-b) \\&= (a-b)(a+c) \\&= (\sqrt{3}-4-2-\sqrt{3})(\sqrt{3}-4+3-\sqrt{3}) \\&= (-6) \times (-1) \\&= 6\end{aligned}$$

24. $x = 1 + \sqrt{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$, $z = -2 + \sqrt{2}$ 일 때, $y^2 - yz - xy + xz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= y(y-z) - x(y-z) \\&= (y-x)(y-z) \\&= (\sqrt{2} + 3 - 1 - \sqrt{2})(\sqrt{2} + 3 + 2 - \sqrt{2}) \\&= 2 \times 5 \\&= 10\end{aligned}$$

25. $x = \sqrt{2} - 4$ 일 때, $x^2 - 4x + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $38 - 12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 4 &= (x - 2)^2 \\&= (\sqrt{2} - 4 - 2)^2 \\&= (\sqrt{2} - 6)^2 \\&= 2 - 12\sqrt{2} + 36 \\&= 38 - 12\sqrt{2}\end{aligned}$$

26. $x + y = 5$, $xy = -3$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 25 ④ 31 ⑤ 37

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \\&= x^2 + 2xy + y^2 - 4xy \\&= (x + y)^2 - 4xy \\&= 5^2 - 4 \times (-3) \\&= 25 + 12 \\&= 37\end{aligned}$$

27. $x - y = 4$, $xy = -1$ 일 때, $(x + y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\&= 4^2 + 4 \times (-1) \\&= 16 - 4 \\&= 12\end{aligned}$$

28. $a + b = 5$, $ab = -10$ 일 때, $(a - b)^2$ 의 값은?

- ① -5 ② 5 ③ -65 ④ 65 ⑤ 45

해설

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\&= 5^2 - 4 \times (-10) \\&= 25 + 40 \\&= 65\end{aligned}$$

29. $\sqrt{18}$ 의 소수 부분을 a , $2\sqrt{5}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때,
 $\frac{a^3 - b^3 + a^2b - ab^2}{a - b}$ 의 값을 구하면?

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{ 이므로 } a = \sqrt{18} - 4$$

$$4 < \sqrt{20} < 5 \text{ 이므로 } b = 4$$

$$a + b = \sqrt{18}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a(a^2 - b^2) + b(a^2 - b^2)}{a - b} \\ &= \frac{a(a+b)(a-b) + b(a+b)(a-b)}{a-b} \\ &= \frac{(a-b)(a+b)^2}{a-b} \\ &= (a+b)^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

30. x, y 가 다음과 같을 때, $\frac{x^2 - y^2}{xy}$ 의 값은?

$$x = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}, y = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{2} + 1$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2} - 1$$

따라서 $x + y = 2\sqrt{2}$, $x - y = 2$, $xy = 1$ 으므로

$$\frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy} = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$$

31. $x = \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$ 일 때, $(x - 1)^2 + 6(x - 1) + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{5} - 2 \\(x - 1 + 1)(x - 1 + 5) &= x(x + 4) \\&= (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) \\&= 1\end{aligned}$$

32. $x = \frac{-1}{\sqrt{3}-2}$, $y = \frac{-1}{\sqrt{3}+2}$ 일 때, $\frac{x^2-y^2}{xy}$ 의 값은?

- ① $-8\sqrt{3}$ ② $-4\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $1+2\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-1}{\sqrt{3}-2} \\&= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\&= \frac{-(\sqrt{3}+2)}{3-4} \\&= \sqrt{3}+2 \\y &= \frac{-1}{\sqrt{3}+2} \\&= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} \\&= \frac{-(\sqrt{3}-2)}{3-4} \\&= \sqrt{3}-2\end{aligned}$$

따라서 $x+y = 2\sqrt{3}$, $x-y = 4$, $xy = -1$ 이므로

$$\frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{-1} = -8\sqrt{3}$$

33. $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 일 때, $y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 일 때, $2(x+y)$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $6\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{6}$

해설

유리화하면, $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} + \sqrt{2}$
 $2(x+y) = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$

34. $x = 1 + \sqrt{2}$, $y = 3\sqrt{2} - 4$ 일 때, $3x^2 - 4xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $35 - 14\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 - 4xy + y^2 \\ &= (3x - y)(x - y) \\ &= \{3(1 + \sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 4)\} \\ &\quad \times \{(1 + \sqrt{2}) - (3\sqrt{2} - 4)\} \\ &= (3 + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4)(1 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4) \\ &= 7(5 - 2\sqrt{2}) \\ &= 35 - 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

35. $x = 4$, $y = 2\sqrt{3} - 4$ 일 때, $x^2 - y^2 + 12$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $16\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 2\sqrt{3}, \quad x - y = 8 - 2\sqrt{3} \text{ 이므로} \\x^2 - y^2 + 12 &= (x + y)(x - y) + 12 \\&= 2\sqrt{3} \times (8 - 2\sqrt{3}) + 12 \\&= -12 + 16\sqrt{3} + 12 \\&= 16\sqrt{3}\end{aligned}$$

36. $x = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, $2x^2 - 9x + 9$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{3} + 6$

해설

$$\begin{aligned}2x^2 - 9x + 9 &= (2x - 3)(x - 3) \\&= (6 + 2\sqrt{3} - 3)(3 + \sqrt{3} - 3) \\&= (3 + 2\sqrt{3})\sqrt{3} \\&= 3\sqrt{3} + 6\end{aligned}$$

37. $x = 2 - \sqrt{2}$ 일 때, $2x^2 - 8x + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}x - 2 &= -\sqrt{2} \text{ 이므로} \\(\text{준식}) &= 2(x^2 - 4x) + 4 \\&= 2(x - 2)^2 - 4 \\&= 2(-\sqrt{2})^2 - 4 \\&= 0\end{aligned}$$

38. $x = \sqrt{5} - 2$, $y = \sqrt{5} + 2$ 일 때, $x^2 - xy - 2y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-10 - 12\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - xy - 2y^2 &= (x - 2y)(x + y) \\&= (\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2) \\&= (-\sqrt{5} - 6)2\sqrt{5} \\&= -10 - 12\sqrt{5}\end{aligned}$$

39. $x = 1 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 2x - 3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned}x - 1 &= \sqrt{3} \text{ 이므로} \\x^2 - 2x - 3 &= (x - 1)^2 - 4 \\&= (\sqrt{3})^2 - 4 \\&= -4 + 3 = -1\end{aligned}$$

40. $x = 2 + 2\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3} - 1$ 일 때, $x^2 - 4y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $16\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4y^2 &= x^2 - (2y)^2 \\&= (x + 2y)(x - 2y) \\&= (2 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2)(2 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2) \\&= 4\sqrt{3} \times 4 \\&= 16\sqrt{3}\end{aligned}$$

41. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x+y)(x-y) \\&= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3}) \\&= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \\&= 4\sqrt{6}\end{aligned}$$

42. $a - b = 4$, $ab = -2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\&= 4^2 + 2 \times (-2) \\&= 16 - 4 \\&= 12\end{aligned}$$

43. $x + y = 5$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 41

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^2 &= (x + y)^2 - 4xy \\&= 5^2 - 4 \times (-4) \\&= 25 + 16 \\&= 41\end{aligned}$$

44. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\&= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \\&\quad - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\&= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times (3 - 2) \\&= 12 - 2 \\&= 10\end{aligned}$$

45. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 10$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 3$

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \circ] \text{므로}$$

$$10 = 16 - 2ab$$

$$2ab = 6$$

$$\therefore ab = 3$$

46. $a + b = 1$, $ab = -6$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$= 1^2 - 2 \times (-6)$$

$$= 1 + 12$$

$$= 13$$

47. $x = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 6x + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$x - 3 = \sqrt{3}$$

양변에 제곱하면

$$x^2 - 6x + 9 = 3$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

48. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

- ① $\pm\sqrt{5}$ ② ± 4 ③ ± 1 ④ 2 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \\ &= 1 + 4 \\ &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} &= \pm\sqrt{5} \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 1 \times (\pm\sqrt{5}) = \pm\sqrt{5}\end{aligned}$$

49. $x = -1 + \sqrt{3}$ 일 때, $4x^2 + 8x + 4$ 의 값을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}4x^2 + 8x + 4 &= 4(x^2 + 2x + 1) \\&= 4(x + 1)^2 = 4(-1 + \sqrt{3} + 1)^2 \\&= 4(\sqrt{3})^2 = 12\end{aligned}$$

50. $x = \frac{4}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{4}{\sqrt{3}+1}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $16\sqrt{3}$

해설

$$x = \frac{4}{\sqrt{3}-1} = \frac{4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$= \frac{4(\sqrt{3}+1)}{2} = 2(\sqrt{3}+1) = 2\sqrt{3} + 2$$

$$y = \frac{4}{\sqrt{3}+1} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$= \frac{4(\sqrt{3}-1)}{2} = 2(\sqrt{3}-1) = 2\sqrt{3} - 2$$

$$x+y = 2\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{3} - 2 = 4\sqrt{3}$$

$$x-y = 2\sqrt{3} + 2 - (2\sqrt{3} - 2) = 4$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - y^2 = 4\sqrt{3} \times 4 = 16\sqrt{3}$$

51. $a = 2.43$, $b = 1.73$ 일 때, $a^2 - 2ab + b^2$ 의 값은?

- ① 0.36 ② 0.49 ③ 0.64 ④ 0.81 ⑤ 1.21

해설

$$(a - b)^2 = (2.43 - 1.73)^2 = (0.7)^2 = 0.49$$

52. $x + y = 2$, $x - y = 3$ 일 때, $x^2 - 2x + 1 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 1 - y^2 &= (x - 1)^2 - y^2 \\&= (x - 1 + y)(x - 1 - y) \\&= (x + y - 1)(x - y - 1) \\&= (2 - 1)(3 - 1) \\&= 1 \times 2 = 2\end{aligned}$$

53. $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 1$ 의 값은 구하면?

- ① 2 ② -3 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = \frac{\sqrt{2} + 1}{3} \rightarrow 3x - 1 = \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$$

$$= (\sqrt{2})^2 = 2$$

54. $x = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 4x + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 5 &= (x^2 - 4x + 4) + 1 \\&= (x - 2)^2 + 1 \\&= (2 - \sqrt{3} - 2)^2 + 1 \\&= (-\sqrt{3})^2 + 1 \\&= 3 + 1 = 4\end{aligned}$$

55. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $a^2 + 4a + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{5} < 3 \text{ 이므로 } a &= \sqrt{5} - 2 \\ \therefore a^2 + 4a + 4 &= (a+2)^2 = (\sqrt{5}-2+2)^2 \\ &= (\sqrt{5})^2 = 5 \end{aligned}$$

56. $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1}$ 의 값을 구하면?

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2} - 1$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2} - 2$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^3 + a^2 - 3a - 3}{a + 1} &= \frac{a^2(a + 1) - 3(a + 1)}{a + 1} \\ &= \frac{(a^2 - 3)(a + 1)}{a + 1} \\ &= a^2 - 3 = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

57. 다음 그림과 같은 정사각형 ABED, BCFE에서 $\overline{BD} = \overline{BP}$, $\overline{BF} = \overline{BQ}$ 인 점 P, Q를 수직선 위에 잡을 때, 점 P(a), Q(b)에 대하여, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?

- ① $16\sqrt{2}$ ② $-16\sqrt{2}$ ③ $20 + 16\sqrt{2}$
 ④ $20 - 16\sqrt{2}$ ⑤ $-20 - 16\sqrt{2}$

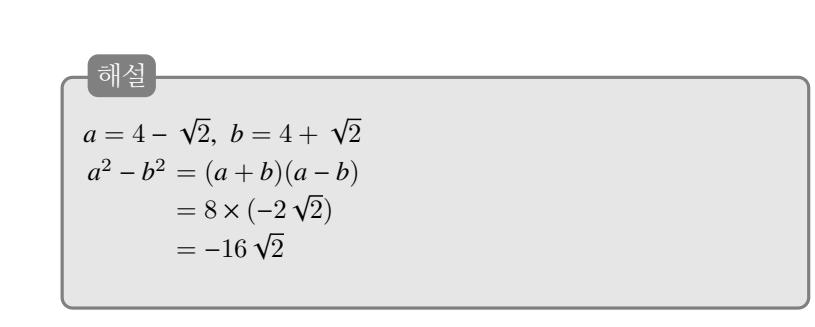
해설

$$a = 4 - \sqrt{2}, b = 4 + \sqrt{2}$$

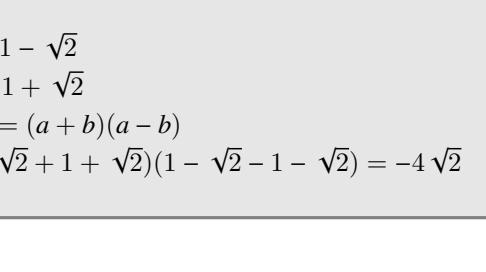
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$= 8 \times (-2\sqrt{2})$$

$$= -16\sqrt{2}$$



58. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 이 정사각형의 대각선 AC의 길이는 $\sqrt{2}$ 이고, 점 A를 중심으로 하고 대각선 AC를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a), Q(b)라 할 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?



- ① $\sqrt{2}$ ② $1 - \sqrt{2}$ ③ $-4\sqrt{2}$
 ④ $-2\sqrt{2}$ ⑤ $-\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}P(a) &= 1 - \sqrt{2} \\Q(b) &= 1 + \sqrt{2} \\a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\&= (1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2}) = -4\sqrt{2}\end{aligned}$$

59. $x = \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{5}$

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{5} - 2} = \frac{(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)}$$

$$= \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4} = \sqrt{5} + 2$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5} - 2}{1} = \sqrt{5} - 2$$

$$x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{5}, x - \frac{1}{x} = 4 \circ [\text{므로}]$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= 2\sqrt{5} \times 4$$

$$= 8\sqrt{5}$$

60. $\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 x 라고 할 때, $(x+1)^2 + (x+1) - 2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $1 + \sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이므로

$$x = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow x + 1 = \sqrt{3}$$

따라서,

$$(준식) = (\sqrt{3})^2 + \sqrt{3} - 2$$

$$= 3 + \sqrt{3} - 2$$

$$= 1 + \sqrt{3}$$

61. $a = 2\sqrt{2} - 4$, $b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

62. $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \sqrt{3} + 1$ 일 때, $\frac{2a}{b} - \frac{2b}{a}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} ab &= (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = 3 - 1 = 2 \\ a + b &= (\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} + 1) = 2\sqrt{3} \\ a - b &= (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 1) = -2 \\ \therefore \frac{2a}{b} - \frac{2b}{a} &= \frac{2a^2 - 2b^2}{ab} = \frac{2(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{2(2\sqrt{3})(-2)}{2} = -4\sqrt{3} \end{aligned}$$