

1. $\frac{99 \times 145 + 99 \times 55}{199^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{99 \times 145 + 99 \times 55}{199^2 - 1} = \frac{99(145 + 55)}{(199 + 1)(199 - 1)} = \frac{1}{2}$$

2. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 15^2 - 16^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -136

해설

$$\begin{aligned} & (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + (5-6)(5+6) + \cdots + (15-16)(15+16) \\ &= -(1+2+3+4+5+\cdots+15+16) \\ &= -(17 \times 8) \\ &= -136 \end{aligned}$$

3. 인수분해공식을 이용하여 $13^2 - 12^2 = 13 + 12$ 로 계산하였다. 이 때, 이용된 공식은?

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$13^2 - 12^2 = (13 + 12)(13 - 12) = 13 + 12 = 25$
따라서 이용된 공식은 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 이다.

4. $150^2 - 149^2 = 150 + 149$ 를 설명하는 데 필요한 인수분해 공식을 고르면?

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$150^2 - 149^2 = (150 + 149)(150 - 149) = 150 + 149$
따라서 이용된 공식은 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

5. 다음은 인수분해 공식을 이용하여 $111^2 - 110^2$ 의 값을 구하는 과정이다. 양수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

$$111^2 - 110^2 = (111 + a)(111 - b) = c$$

- ① 110 ② 221 ③ 321 ④ 421 ⑤ 441

해설

$$\begin{aligned} 111^2 - 110^2 &= (111 + 110)(111 - 110) = 221 \times 1 \\ \therefore a &= 110, b = 110, c = 221 \\ \therefore a + b + c &= 441 \end{aligned}$$

6. $20^2 - 19^2$ 을 인수분해 공식을 이용하여 간단히 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$\begin{aligned} 20^2 - 19^2 &= (20 + 19)(20 - 19) \\ &= 39 \times 1 = 39 \end{aligned}$$

7. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식을 계산하여라.

$$11^2 - 13^2 + 15^2 - 17^2 + 19^2 - 21^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -192

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= (11 - 13)(11 + 13) + (15 - 17)(15 + 17) + \\ & (19 - 21)(19 + 21) \\ &= -2(24 + 32 + 40) \\ &= -192 \end{aligned}$$

8. $57^2 - 63^2 - 188^2 + 212^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8880

해설

(준식)

$$= (57 - 63)(57 + 63) + (212 - 188)(212 + 188)$$

$$= -6 \times 120 + 24 \times 400$$

$$= -720 + 9600 = 8880$$

9. $85^2 - 115^2 - 162^2 + 238^2$ 을 계산하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 24400

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (85 - 115)(85 + 115) \\&\quad + (238 - 162)(238 + 162) \\&= -30 \times 200 + 76 \times 400 \\&= -6000 + 30400 = 24400\end{aligned}$$

10. $n = 10$ 일 때, $\sqrt{n^2 + 6n + 9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\sqrt{(n+3)^2} = n+3 = 10+3 = 13$$

11. $\sqrt{82^2 - 80^2}$ 을 인수분해 공식을 이용하여 계산하면?

- ① 18 ② $2\sqrt{41}$ ③ $2\sqrt{43}$ ④ $3\sqrt{43}$ ⑤ $2\sqrt{47}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{82^2 - 80^2} &= \sqrt{(82 + 80)(82 - 80)} \\ &= \sqrt{162 \times 2} = 18\end{aligned}$$

12. $n = 93$ 일 때, $\sqrt{n^2 + 14n + 49}$ 의 값은?

- ① 100 ② 107 ③ 142 ④ 158 ⑤ 170

해설

$$\sqrt{(n+7)^2} = n+7 = 93+7 = 100$$

13. 인수분해를 이용하여 $1.23 \times 552 - 1.23 \times 452$ 를 계산하면 $1.23 \times \square$ 이 된다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하면?

- ① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

해설

$$1.23(552 - 452) = 1.23 \times 100$$

$$\therefore \square = 100$$

14. 인수분해 공식을 이용하여 $24 \times 27 - 24 \times 22$ 를 간단하게 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$24 \times 27 - 24 \times 22 = 24 \times (27 - 22) = 24 \times 5 = 120$$

15. 다음 중 201^2 의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을
바르게 나타낸 것은? (단, a, b, c, d 는 자연수)

① $(a - b)^2$

② $(a + b)^2$

③ $(ax + b)(cx + d)$

④ $(a + b)(a - b)$

⑤ $(x + a)(x - b)$

해설

$$201^2 = (200 + 1)^2 = 40000 + 400 + 1 = 40401$$

16. 곱셈 공식을 이용하여 39×41 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1599

해설

$$\begin{aligned} 39 \times 41 &= (40 - 1)(40 + 1) = 40^2 - 1^2 \\ &= 1600 - 1 = 1599 \end{aligned}$$

17. 다음 등식을 만족시키는 a, b 의 값을 구하여라.

$$37 \times (40 + a) = 40^2 - a^2 = b$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 1591$

해설

$$37 \times (40 + a) = 40^2 - a^2 = (40 - a)(40 + a)$$

$$40 - a = 37, \quad a = 3$$

$$b = 40^2 - a^2 = 40^2 - 3^2 = 1591$$

18. 다음 등식을 만족시키는 b 의 값은?

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = b$$

- ① 890 ② 892 ③ 894 ④ 896 ⑤ 898

해설

$$28 \times (30 + a) = 30^2 - a^2 = (30 - a)(30 + a)$$

$$30 - a = 28, \quad a = 2$$

$$b = 30^2 - a^2 = 30^2 - 2^2 = 896$$

19. $\sqrt{33 \times 34 \times 35 \times 36 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1189

해설

$33 = t$ 라 하면

$$\sqrt{t(t+1)(t+2)(t+3)+1} = \sqrt{(t^2+3t)(t^2+3t+2)+1}$$

$t^2+3t=A$ 라 하면

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{A(A+2)+1} &= \sqrt{(A+1)^2} \\ &= A+1 \\ &= (33^2+3 \times 33)+1 \\ &= 1189\end{aligned}$$

20. $\sqrt{59^2 - 118 - 59 + 60}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$$\begin{aligned} 59 = t \text{ 로 치환하면} \\ \sqrt{59^2 - 118 - 59 + 60} &= \sqrt{t^2 - 2t - t + (t + 1)} \\ &= \sqrt{t^2 - 2t + 1} \\ &= \sqrt{(t - 1)^2} \\ &= |t - 1| = |59 - 1| = 58 \end{aligned}$$

21. $a = \sqrt{80}$, $b = \sqrt{125}$ 일 때, $\frac{a^2 - 1 - 4b^2 + 4b}{a + 1 - 2b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $14\sqrt{5} - 1$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 1 - 4b^2 + 4b}{a + 1 - 2b} &= \frac{a^2 - (4b^2 - 4b + 1)}{a + 1 - 2b} \\ &= \frac{a^2 - (2b - 1)^2}{a + 1 - 2b} \\ &= \frac{(a + 2b - 1)(a - 2b + 1)}{a - 2b + 1} \\ &= a + 2b - 1\end{aligned}$$

따라서 $a = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$, $b = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ 를 대입하면 $a + 2b - 1 = 4\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 1 = 14\sqrt{5} - 1$ 이다.

22. 인수분해 공식을 이용하여 $2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2$ 를 계산할 때, 이용된 공식을 다음 보기 중에서 모두 고르면?

- ㉠ $ma + mb = m(a + b)$
- ㉡ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ㉢ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ㉤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

$$\begin{aligned} &2 \times 20^2 - 2 \times 40 + 2 \\ &= 2(20^2 - 40 + 1) \rightarrow ma + mb = m(a + b) \\ &= 2(20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2) \\ &= 2(20 - 1)^2 \rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= 2 \times 19^2 \end{aligned}$$

23. $\frac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

① 12

② 9

③ 6

④ 3

⑤ 1

해설

$$\frac{(28 + 11)(28 - 11)}{(25 - 12) \times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

24. 인수분해 공식을 이용하여 $\frac{1}{4} \times 42^2 - \frac{1}{4} \times 38^2$ 의 값을 구하고, 이용한 공식을 보기에서 모두 골라라.

- ㉠ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

㉡ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

㉢ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

㉤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

㉥ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

㉦ $ma + mb = m(a + b)$

- ① ㉠, ㉢, 80

② ㉢, ㉤, 80

③ ㉢, ㉥, 80

④ ㉡, ㉥, 70

⑤ ㉡, ㉦, 70

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \times 42^2 - \frac{1}{4} \times 38^2 \\ &= \frac{1}{4} \times (42^2 - 38^2) \rightarrow ma + mb = m(a + b) \\ &= \frac{1}{4} \times (42 + 38)(42 - 38) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \\ &= \frac{1}{4} \times 80 \times 4 = 80 \end{aligned}$$

25. $99^2 - 1 = 100 \times 98$ 임을 설명하는데 가장 알맞은 인수분해 공식은?

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$99^2 - 1 = 99^2 - 1^2 = (99 + 1)(99 - 1) = 100 \times 98$$

26. $\sqrt{89 \times 91 + 1} = 10 \times x^2$ 일 때, x 의 값은?

- ① $\pm \sqrt{3}$ ② ± 3 ③ ± 9 ④ ± 18 ⑤ ± 81

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(90-1)(90+1)+1} &= \sqrt{90^2-1+1} = 90 \\ 10x^2 &= 90 \\ \therefore x &= \pm 3\end{aligned}$$

27. $65 \times 63 + 66 \times 66 - 66 \times 64 - 64 \times 64$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 164 ③ 131 ④ 132 ⑤ 140

해설

$$\begin{aligned} & (64 + 1) \times (64 - 1) + 66 \times (66 - 64) - 64^2 \\ &= 64^2 - 1 + 66 \times 2 - 64^2 \\ &= 132 - 1 = 131 \end{aligned}$$

28. 다음 식을 간단히 나타낸 것은?

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}} - (1+\sqrt{2})^2$$

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}} = \frac{2(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = -2+2\sqrt{2}$$

$$(1+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{2}$$

$$\therefore (\text{준식}) = -2+2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -5$$

29. $a = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$, $b = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ 일 때, $2\sqrt{3}a - 6\sqrt{2}b$ 의 값은?

- ① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{3}a - 6\sqrt{2}b \\ &= 2\sqrt{3}(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) - 6\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= 6\sqrt{6} - 12 - 12 - 6\sqrt{6} \\ &= -24 \end{aligned}$$

30. $x - y = 4$, $xy = 1$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\begin{aligned}x^2 + xy + y^2 &= (x - y)^2 + 3xy \\&= 4^2 + 3 \times 1 \\&= 16 + 3 = 19\end{aligned}$$

31. $a + b = -2$, $ab = -15$ 일 때, $(a - b)^2$ 의 값은?

① 36

② 45

③ 64

④ 81

⑤ 121

해설

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = (-2)^2 - 4(-15) = 64$$

32. $(3 - 2\sqrt{2})^{101} (3 + 2\sqrt{2})^{101}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = \{ (3 - 2\sqrt{2}) (3 + 2\sqrt{2}) \}^{101} = 1^{101} = 1$$

33. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\&\quad + (18-22)(18+22) \\&\quad + (26-30)(26+30) \\&= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

34. $x = \sqrt{2009} - 1$ 일 때, $\left(\frac{x^4 - 2x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2}\right)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2009

해설

$$\begin{aligned}& \left(\frac{x^4 - 2x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2}\right)^2 \\&= \left\{\frac{x(x^3 - x^2 - x - 2) + x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - x^2 - x - 2}\right\}^2 \\&= (x + 1)^2 \\&= (\sqrt{2009} - 1 + 1)^2 \\&= 2009\end{aligned}$$

35. 다음은 $\frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2$ 을 계산하는 과정이다. 이 때, 이용된 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ $ma + mb = m(a + b)$
- ㉡ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- ㉢ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ㉣ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ㉤ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} \times 8^2 - \frac{3}{5} \times 2^2 \\ &= \frac{3}{5} \times (8^2 - 2^2) \rightarrow ax + ay = a(x + y) \\ &= \frac{3}{5} \times (8 + 2)(8 - 2) \rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

36. $(\sqrt{5}-2)^{101}(\sqrt{5}+2)^{101}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

(준식)= $\{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)\}^{101} = 1^{101} = 1$

37. $\frac{13 \times 28 - 13 \times 4}{5^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{13 \times 28 - 13 \times 4}{5^2 - 1} = \frac{13(28 - 4)}{(5 + 1)(5 - 1)} = 13$$

38. $\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{15 \times 39 - 15 \times 32}{6^2 - 1} = \frac{15(39 - 32)}{(6 + 1)(6 - 1)} = 3$$

39. 인수분해 공식을 이용하여 다음 두 수 $B - 10A$ 의 값을 구하면?

$$A = 18 \times 25 - 18 \times 23, B = 21^2 - 2 \times 21 + 1$$

- ① 400 ② 360 ③ 200 ④ 160 ⑤ 40

해설

$$A = 18(25 - 23) = 18 \times 2 = 36$$

$$B = (21 - 1)^2 = 20^2 = 400$$

$$\therefore B - 10A = 400 - 10 \times 36 = 400 - 360 = 40$$

40. $5007 \times 5009 + 1$ 이 어떤 자연수의 제곱일 때, 어떤 자연수를 구하면?

- ① 5005 ② 5006 ③ 5007 ④ 5008 ⑤ 5009

해설

$$\begin{aligned} 5007 \times 5009 + 1 &= (5008 - 1)(5008 + 1) + 1 \\ &= 5008^2 - 1 + 1 = 5008^2 \end{aligned}$$

41. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}}-(2-\sqrt{3})^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{3}-5$

해설

$$\frac{1(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$$

$$(2-\sqrt{3})^2=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2+\sqrt{3})-(7-4\sqrt{3}) \\ &= -5+5\sqrt{3}\end{aligned}$$