

1.  $2a+8\sqrt{3}-7-4a\sqrt{3}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수  $a$ 의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$2a + 8\sqrt{3} - 7 - 4a\sqrt{3} = 2a - 7 + (8 - 4a)\sqrt{3}$$

주어진 식이 유리수가 되기 위해서는  $8 - 4a$ 의 값이 0이 되어야 한다.

$$8 - 4a = 0 \quad \therefore a = 2$$

2. 다음 식의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수  $x$ 의 값을 구하여라.

$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+x(2-\sqrt{3})$$

▶ 답:

▷ 정답:  $x = -5$

해설

$\sqrt{3}(\sqrt{3}-5)+x(2-\sqrt{3}) = 3-5\sqrt{3}+2x-x\sqrt{3}$  이므로 유리식이 되기 위해서는 근호가 없어져야 한다. 따라서  $-5\sqrt{3}-x\sqrt{3} = 0$  이 되기 위해서  $x = -5$  이어야 한다.

3.  $3(3 - a\sqrt{2}) - \sqrt{3}(a\sqrt{3} - 2\sqrt{6})$  을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수  $a$  의 값을 구하면?

- ㉠ 2      ㉡ -2      ㉢ 3      ㉣ -3      ㉤ 4

해설

$$\begin{aligned} & 9 - 3a\sqrt{2} - 3a + 2\sqrt{18} \\ &= (9 - 3a) + (6 - 3a)\sqrt{2} \end{aligned}$$

유리식이 되기 위해서 근호가 없어져야 한다.  
 $\therefore 6 - 3a = 0, a = 2$

4.  $x$ 가 유리수 일 때,  $(2+x\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록  $x$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = \frac{2}{3}$

해설

식  $(2+x\sqrt{2})(3-\sqrt{2}) = 6-2\sqrt{2}+3x\sqrt{2}-2x$ 가 유리수가 되어야  
하므로  $-2\sqrt{2}+3x\sqrt{2} = 0$ 이 되어야 한다. 따라서  $-2+3x = 0$   
이므로  $x = \frac{2}{3}$ 이다.

5.  $2\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{6}\right) - \frac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2} - 2)$  가 유리수가 되도록 유리수  $a$  의 값을 정하면?

- ① -1    ② -2    ③ -3    ④ -4    ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} & 2\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{6} \times \sqrt{6} - \frac{a}{\sqrt{2}} \times 4\sqrt{2} + \frac{a}{\sqrt{2}} \times 2 \\ &= 2\sqrt{2} - 12 - 4a + a\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}(2+a) - 12 - 4a \\ & \text{유리수가 되기 위해서 } a+2=0 \\ & \therefore a=-2 \end{aligned}$$

6. 식  $\left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 5b\right)$  가 유리수의 값을 가질 때,  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = \frac{2}{5}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 5b\right) \\ &= \left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + 5b\right) \\ &= \sqrt{3} + 15b - \frac{1}{2}a - \frac{5\sqrt{3}}{2}ab \end{aligned}$$

유리수의 값을 가져야 하므로  $\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2}ab = 0$  이어야 한다.

$\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}ab$  이고,  $1 = \frac{5}{2}ab$  이므로  $ab = \frac{2}{5}$  이다.

7.  $\sqrt{3}(3 - 5\sqrt{2}) - 5(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$  일 때,  $a + b$  의 값은?  
(단,  $a, b$  는 유리수이다.)

① -7      ② 7      ③ 14      ④ 21      ⑤ 28

해설

$$3\sqrt{3} - 5\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 15\sqrt{6}$$

$$\therefore a + b = 8 - 15 = -7$$

8.  $12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$  일 때,  $a+b$  의 값은?  
(단,  $a, b$  는 유리수이다.)

① -11    ② -5    ③ 10    ④ 17    ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & 12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) \\ &= 36\sqrt{10} - 12\sqrt{2} - 8\sqrt{10} + \sqrt{2} = -11\sqrt{2} + 28\sqrt{10} \\ \therefore a &= -11, b = 28 \rightarrow a + b = -11 + 28 = 17 \end{aligned}$$

9.  $\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{18}}\right) + \frac{a}{\sqrt{3}}(\sqrt{12} - 3)$  이 유리수가 될 때, 유리수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = \frac{2}{3}$

해설

$$\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2} \times \frac{10}{3\sqrt{2}} + 2a - \frac{3}{\sqrt{3}}a$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{10}{3} + 2a - \sqrt{3}a$$

$$= \sqrt{3}\left(\frac{2}{3} - a\right) - \frac{10}{3} + 2a$$

유리수가 되기 위해서는  $\frac{2}{3} - a = 0$  이므로

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

10. 유리수  $a$  에 대하여  $\frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3}$  가 유리수가 되도록  $a$  의 값을 정할 때,  $a$  의 값을 모두 구하면?

- ① 1, 2    ② 2, 3    ③ 3, 4    ④ 3, 5    ⑤ 4, 5

**해설**

분모를 유리화 시키면

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}+a-5}{a\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{(2\sqrt{3}+a-5)(a\sqrt{3}+3)}{(a\sqrt{3}-3)(a\sqrt{3}+3)} \\ &= \frac{9a+6\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}-5a\sqrt{3}-15}{3a^2-9} \end{aligned}$$

가 유리수가 되어야 하므로 분자의

$6\sqrt{3}-5a\sqrt{3}+a^2\sqrt{3}=0$  이 되어야 한다.

$a^2-5a+6=0$  이고, 이차방정식  $a^2-5a+6=0$  을 인수분해하면

$(a-3)(a-2)=0$  이므로  $a=3$  또는  $a=2$  이다.

11. 다음의  $A$  의 값이 유리수일 때, 유리수  $a$  의 값과  $A$  의 값을 모두 바르게 말한 것은?

$$A = \sqrt{24} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} \right) - \frac{a}{\sqrt{2}} (\sqrt{32} - 2)$$

- ①  $-2, -1$       ②  $-2, -4$       ③  $-2, 2$   
④  $-1, -8$       ⑤  $2, -20$

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } & \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} - \sqrt{24} \times \sqrt{6} - \frac{a}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} + \frac{a}{\sqrt{2}} \times 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} - \sqrt{16}a + a\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2}(2+a) - 12 - 4a \\ & a \text{ 는 유리수이므로 값이 유리수가 되기 위해서는 } 2+a=0 \quad \therefore \\ & a = -2 \\ \text{ii) } & \sqrt{2}(2+a) - 12 - 4a \text{ 에 } a = -2 \text{ 를 대입하면} \\ & \sqrt{2}(2-2) - 12 - 4 \times (-2) = -12 + 8 = -4 \end{aligned}$$

12. 유리수  $a, b$  에 대하여 " $a + b\sqrt{2} = 0$  이면  $a = b = 0$  이다."라는 성질을 이용하여  $x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2}(1 - 3\sqrt{2})$  을 만족시키는 두 유리수  $x, y$  에 대하여  $x + y$  의 값을 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 수로 바르게 짝지어진 것은?

풀이과정

$$x(1 + 2\sqrt{2}) + y(3 + 5\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 6$$

좌변으로 이항하여 정리하면

$$x + 3y + 6 + (2x + 5y - 1)\sqrt{2} = 0$$

문제에 주어진 성질에 의하여

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \text{㉡}$$

이 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \square, y = \square$$

$$\text{따라서, } x + y = \square$$

- ①  $x = 13, y = 33, x + y = 20$   
 ②  $x = 23, y = -13, x + y = 10$   
 ③  $x = -33, y = 13, x + y = -20$   
 ④  $x = 33, y = -13, x + y = 20$   
 ⑤  $x = 33, y = 13, x + y = 43$

해설

$$x + 3y + 6 = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$2x + 5y - 1 = 0 \cdots \text{㉡}$$

$$2 \times \text{㉠} - \text{㉡} \text{ 을 하면, } y = -13$$

$$\text{이것을 ㉠에 대입하면, } x = 33$$

$$\text{따라서 } x + y = 20 \text{ 이다.}$$

13.  $a$ 가 유리수 일 때,  $\frac{a+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}+1}$ 가 유리수가 되도록  $a$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a = \frac{1}{3}$

해설

먼저 분모를 유리화시키면

$$\begin{aligned}\frac{a+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}+1} &= \frac{(a+\sqrt{3})(3\sqrt{3}-1)}{(3\sqrt{3}+1)(3\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{(a+\sqrt{3})(3\sqrt{3}-1)}{26}\end{aligned}$$

이다. 유리수가 되기 위해서 분자에 있는 근호의 값이 0이 되어야 한다. 분자를 전개하면

$$(a+\sqrt{3})(3\sqrt{3}-1) = 3a\sqrt{3} - a + 9 - \sqrt{3}$$

$$3a\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0 \text{ 이므로 } 3a - 1 = 0$$

$a = \frac{1}{3}$ 이다.

14. 등식  $5 + 3\sqrt{2} + 3x - y = 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y - 3$  을 만족하는 유리수  $x, y$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = -11$

▷ 정답 :  $y = -25$

해설

$$5 + 3\sqrt{2} + 3x - y = 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y - 3$$

$$(5 + 3x - y + 3) + (3 - 2x + y)\sqrt{2} = 0$$

$$\begin{array}{r} 3x - y = -8 \\ +) -2x + y = -3 \\ \hline x = -11, y = -25 \end{array}$$

15. 등식  $7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$  를 만족하는 유리수  $x, y$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 22$

▷ 정답:  $y = 61$

해설

$$7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$$

$$(7 + 5x - 2y + 5) + (5 - 3x + y)\sqrt{3} = 0$$

$$5x - 2y = -12 \Leftrightarrow y = \frac{5}{2}x + 6$$

$$\begin{aligned} \therefore -3x + y &= -3x + \frac{5}{2}x + 6 \\ &= -\frac{1}{2}x + 6 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}x = -11$$

$$\therefore x = 22, y = 61$$