

1. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \leq x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

2. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로
자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

3. $\sqrt{x} < 3$ 인 자연수 x 는 몇 개인가?

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 10개 ⑤ 12개

해설

$\sqrt{x} < \sqrt{9}$ 에서 $x < 9$

따라서 9 보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 8개이다.

4. 다음 부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\sqrt{2} < x < \sqrt{17}$$

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3 개

해설

제곱하면 $2 < x^2 < 17$ 이므로 성립하는 자연수 x 는 2, 3, 4 이다.
따라서 3 개이다.

5. $6 < \sqrt{8x^2} < 10$ 이 성립할 때, 정수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$6 < \sqrt{8x^2} < 10$$

$$36 < 8x^2 < 100$$

$$4.5 < x^2 < 12.5$$

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

6. $7 < \sqrt{10x^2} < 12$ 이 성립할 때, 정수 x 의 값을 모두 구하면?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$7 < \sqrt{10x^2} < 12$$

$$49 < 10x^2 < 144$$

$$4.9 < x^2 < 14.4$$

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

7. 다음 중 부등식 $4 < \sqrt{x} \leq 5$ 를 만족하는 자연수 x 가 아닌 것은?

① 18

② 20

③ 22

④ 24

⑤ 26

해설

$$4 = \sqrt{16} < \sqrt{x} \leq 5 = \sqrt{25}$$

$$\therefore x = 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25$$

8. $5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 을 만족하는 정수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 11

해설

$5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 는 $\sqrt{25} \leq \sqrt{3x} < \sqrt{36}$ 이므로 $25 \leq 3x < 36$ 이다.

따라서 $\frac{25}{3} \leq x < 12$ 이므로 정수 x 는 9, 10, 11 이다.

9. $6 \leq \sqrt{5x} < 10$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 7 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 12 개 ⑤ 13 개

해설

$$6 \leq \sqrt{5x} < 10 \text{ 에서 } 36 \leq 5x < 100$$

따라서 $\frac{36}{5} \leq x < 20$ 이므로

정수 x 는 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 이다. 따라서 12 개이다.

10. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{23}$ 을 만족하는 자연수 x 의 합은?

① 5

② 7

③ 9

④ 10

⑤ 15

해설

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{23}, 3 < x^2 < 23$$

$$x = 2, 3, 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

11. $-\sqrt{4} < x \leq \sqrt{15}$ 가 성립하는 정수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

해설

$-\sqrt{4} = -2$ 이므로 $-2 < x \leq \sqrt{15}$
 $-2 < x \leq 0$ 인 $x = -1, 0$
 $0 < x \leq \sqrt{15}$ 인 x 는 $0 < x^2 \leq 15$ 를 성립해야 하므로 $x = 1, 2, 3$
따라서 $x = -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.

12. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{30}$ 을 만족하는 자연수 x 가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{30} \Rightarrow 3 < x^2 < 30$$

3 과 30 사이에서 완전제곱수는 4, 9, 16, 25

$$\therefore x = 2, 3, 4, 5$$

13. 다음 부등식을 만족하는 자연수 x 는 몇 개인가?

$$-4 < -\sqrt{x} \leq -1$$

- ① 12개 ② 13개 ③ 14개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설

$$1 \leq \sqrt{x} < 4$$

$$1^2 \leq (\sqrt{x})^2 < 4^2 \text{ 이므로}$$

$$1 \leq x < 16$$

x 는 1 부터 15 까지의 자연수로 15개이다.

14. 다음 부등식을 만족시키는 자연수 x 값이 아닌 것은?

보기

$3 < \sqrt{x} < 5$

- ① 24 ② 20 ③ 16 ④ 12 ⑤ 8

해설

$3 < \sqrt{x} < 5$
 $3^2 < (\sqrt{x})^2 < 5^2$ 이므로
 $9 < x < 25$
따라서 x 는 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 이다.

15. $4.6 < \sqrt{x} < 5.1$ 을 만족하는 자연수 x 의 값에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 4$

해설

$4.6 = \sqrt{21.16}$, $5.1 = \sqrt{26.01}$,
 $\sqrt{21.16} < \sqrt{x} < \sqrt{26.01}$ 을 만족하는
 $x = 22, 23, 24, 25, 26$
 $a = 26, b = 22$
 $\therefore a - b = 26 - 22 = 4$

16. 다음 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

보기

$$3.2 \leq \sqrt{4x} \leq 5.2$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$$\begin{aligned} 3.2 \leq \sqrt{4x} \leq 5.2 &\Rightarrow 1.6 \leq \sqrt{x} \leq 2.6 \\ \sqrt{2.56} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{6.76}, \quad x &= 3, 4, 5, 6 \end{aligned}$$

17. 부등식 $\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5 &\Rightarrow \frac{1}{6} < \sqrt{x} < \frac{5}{3} \\ \Rightarrow \frac{1}{36} < x < \frac{25}{9} &\therefore x = 1, 2 \end{aligned}$$

18. $\sqrt{30} < x < \sqrt{50}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$6 = \sqrt{36}, 7 = \sqrt{49}$$

19. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 42

② 45

③ 48

④ 51

⑤ 54

해설

$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로

$16.81 < x < 31.36$

$a = 31, b = 17$

$\therefore a + b = 17 + 31 = 48$

20. $P(x)$ 을 $-\sqrt{x} < n < 0$ 인 정수 n 의 개수라 할 때, $P(16) - P(2.5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 2개

해설

$P(16)$ 은 $-4 < x < 0$ 인 정수이므로
 $x = -3, -2, -1$
 $\therefore P(16) = 3$
 $P(2.5)$ 는 $-\sqrt{2.5} < x < 0$ 이므로 $x = -1$
 $\therefore P(2.5) = 1$
 $\therefore P(16) - P(2.5) = 3 - 1 = 2$

21. 다음 $3 < x < 5$ 일 때, 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{2} < x$

② $\sqrt{3} < x$

③ $x < 2\sqrt{2}$

④ $x < 4\sqrt{2}$

⑤ $x < 5\sqrt{3}$

해설

$2\sqrt{2} < 3 < x$ 이므로 ③은 옳지 않다.

22. $\sqrt{20} < x < \sqrt{65}$ 를 만족하는 자연수 x 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

양변을 제곱하면
 $20 < x^2 < 65$
 $x^2 = 25, 36, 49, 64$
 $\therefore x = 5, 6, 7, 8$

23. $\sqrt{6} < x < \sqrt{19}$ 를 만족시키는 정수 x 를 모두 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

양변을 제곱하면

$$6 < x^2 < 19$$

그 중 제곱수는 9, 16 이므로

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

$$x^2 = 16$$

$$\therefore x = 4$$

24. $\sqrt{3} < 2x - 5 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 합하면?

- ① 9 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

각 변을 제곱하면 $3 < (2x - 5)^2 < 27$

$(2x - 5)^2 = 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$

$2x - 5 = 2, 3, 4, 5$

이 때 x 값이 정수가 되는 경우는 $2x - 5 = 3, 2x - 5 = 5$ 이다.

$\therefore x = 4, 5$

25. 부등식 $\sqrt{5} < 2x - 1 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하면?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$(\sqrt{5} + 1) \div 2 < x < (\sqrt{27} + 1) \div 2$
1. $\times \times \times < x < 3. \times \times \times$
 $\therefore x = 2, 3$

27. 부등식 $\sqrt{7} \leq x < 3\sqrt{6}$ 을 만족하는 짝수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

$\sqrt{7} \leq x < 3\sqrt{6}$ 이므로 $7 \leq x^2 < 54$

따라서 $x = 3, 4, 5, 6, 7$ 이다.

그러므로 이를 만족하는 짝수는 4, 6 이다.

28. 두 부등식 $2 < \sqrt{x-3} < 3$, $4 < \sqrt{2x} < 5$ 의 값을 모두 만족하는 정수 x 의 값들을 모두 합하면?

- ① 28
- ② 30
- ③ 32
- ④ 34
- ⑤ 36

해설

$2 < \sqrt{x-3} < 3$
 $4 < x-3 < 9$
 $7 < x < 12$
 $x = 8, 9, 10, 11$
 $4 < \sqrt{2x} < 5$
 $16 < 2x < 25$
 $8 < x < 12.5$
 $x = 9, 10, 11, 12$
두 부등식을 동시에 만족하는 x 값은 9, 10, 11
 $\therefore 9 + 10 + 11 = 30$

29. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면, $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값은?

- ① -10 ② 14 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$N(1) = N(2) = N(3) = 1$

$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = 3$

$\therefore 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

30. $5 < \sqrt{4n} < 6$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$5 < \sqrt{4n} < 6 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{4n} < \sqrt{36}$$

$$\frac{25}{4} < n < 9 \therefore n = 7, 8$$

31. $\sqrt{3x-1} \leq 2$ 일 때, 만족하는 정수 x 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$\sqrt{3x-1} \leq 2, 0 \leq 3x-1 \leq 4, \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$$

따라서, 만족하는 정수 x 의 값은 1 의 1 개 뿐이다.

32. $13 < \sqrt{7x^3} < 15$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$13 < \sqrt{7x^3} < 15$$

$$169 < 7x^3 < 225$$

$$24.\times\times < x^3 < 32.\times\times$$

$$x^3 = 27$$

$$\therefore x = 3$$

34. $1.2 < \sqrt{x} < 2.1$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$$1.2 < \sqrt{x} < 2.1$$

$$1.44 < x < 4.41$$

$$x = 2, 3, 4$$

35. 다음 ㉠, ㉡을 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

㉠ $3 < \sqrt{n} < 4$

㉡ $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되는 n

▶ 답 :

▶ 정답 : $n = 12$

해설

㉠ $3 < \sqrt{n} < 4$

$9 < n < 16$

$n = 10, 11, 12, 13, 14, 15$

㉡ $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되려면

$n = 12$

37. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$ $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면 $x = 3 \times k^2$ (k 는 자연수) 이어 한다.

$k^2 = 9$ 일 때, $x = 3 \times 9 = 27$

$k^2 = 16$ 일 때, $x = 3 \times 16 = 48$

$k^2 = 25$ 일 때, $x = 3 \times 25 = 75$

$k^2 = 36$ 일 때, $x = 3 \times 36 = 108$

38. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인가?
(단, a, b 는 자연수)

- ① 7개 ② 10개 ③ 11개 ④ 13개 ⑤ 15개

해설

$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$
 $7 < 2a+3b < 15$
 $b=1$ 일 때, $a=3, 4, 5$
 $b=2$ 일 때, $a=1, 2, 3, 4$
 $b=3$ 일 때, $a=1, 2$
 $b=4$ 일 때, $a=1$
 $\therefore$ 10개

39. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 43

해설

$\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 이므로

$N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = \cdots = N(15) = 3$

$N(16) = N(17) = \cdots = N(20) = 4$

$\therefore N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

40. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{4} &= 2, \sqrt{9} = 3 \text{ 이므로} \\ N(1), N(2), N(3) &= 1 \\ N(4), N(5), \dots, N(8) &= 2 \\ N(9), N(10) &= 3 \\ \therefore N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10) \\ &= 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19 \end{aligned}$$

41. $15 < \sqrt{6x^3} < 20$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$225 < 6x^3 < 400$ 이므로

$37.5 < x^3 < \frac{200}{3} \doteq 66.6$

$3^3 = 27, 4^3 = 64, 5^3 = 125$

$\therefore x = 4$

42. $5 < \sqrt{4x^3} < 10$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$25 < 4x^3 < 100 \text{ 이므로}$$

$$6.25 < x^3 < 25$$

$$2^3 = 8, 3^3 = 27$$

$$\therefore x = 2$$

43. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

$3 < \sqrt{3x} < 5, \sqrt{40} < x < \sqrt{70}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 7$

▷ 정답 : $x = 8$

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{3x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는

$x = 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$\sqrt{40} < \sqrt{x^2} < \sqrt{70}$ 을 만족하는

$x = 7, 8$ 이다.

44. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구한 것은?

$3 < \sqrt{2x} < 5, \sqrt{50} < x < \sqrt{110}$

- ① 7, 8

② 7, 8, 9

③ 8, 9

④ 8, 9, 10

⑤ 9, 10

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{2x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는
 $x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ 이다.
 $\sqrt{50} < \sqrt{x^2} < \sqrt{110}$ 을 만족하는
 $x = 8, 9, 10$ 이다.