

1. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값은?

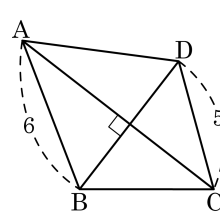
① 11

② 30

③ 41

④ 56

⑤ 61



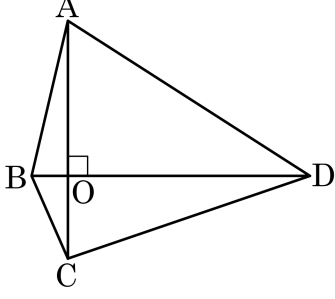
해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$$\therefore \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 6^2 = 61$$

2. 다음과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 를 만족하는 사각형 ABCD 는 이 성립한다.

안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?

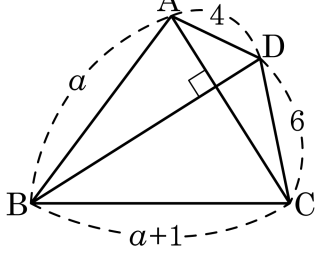


- ① $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$
- ② $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$
- ③ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2$
- ④ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$
- ⑤ $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

해설

$\triangle ABO$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2$
 $\triangle CDO$ 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$
 $\triangle BCO$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2$
 $\triangle ADO$ 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$

3. 다음 그림과 같이 대각선이 서로 직교하는 사각형 ABCD 에서 a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $a = \frac{19}{2}$

해설

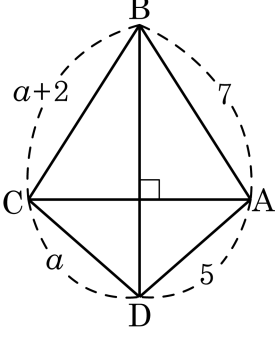
$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + 6^2 = (a + 1)^2 + 4^2$$

$$a^2 + 36 = a^2 + 2a + 1 + 16$$

$$2a = 19 \quad \therefore a = \frac{19}{2}$$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 $\square ABCD$ 가 있다. 이때 a 의 값을 구하면?



- ① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

해설

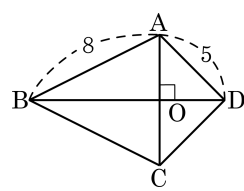
$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + 7^2 = (a + 2)^2 + 5^2$$

$$a^2 + 49 = a^2 + 4a + 4 + 25$$

$$4a = 20 \quad \therefore a = 5$$

5. 다음 삼각형에서 $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$ 의 값을 구하여라.



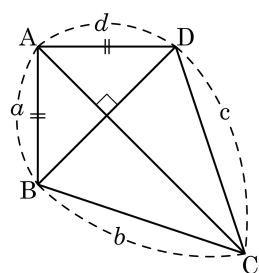
▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$\begin{aligned} 8^2 + \overline{CD}^2 &= 5^2 + \overline{BC}^2 \\ \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 &= 8^2 - 5^2 = 39 \end{aligned}$$

6. 다음 두 대각선이 직교하는 사각형에서 $a = d$ 가 성립한다. $\frac{c}{b}$ 를 구하라.



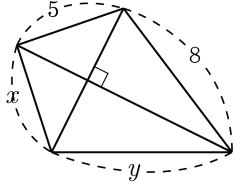
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ 이고 $a = d$ 이므로 $c^2 = b^2$
 그런데 $b > 0, c > 0$ 이므로 $b = c$
 따라서 $\frac{c}{b} = 1$ 이 성립한다.

7. 다음 사각형의 두 대각선이 서로 직교할 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.



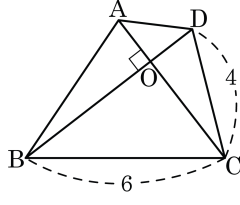
▶ 답 :

▷ 정답 : -39

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같으므로 $x^2 + 64 = y^2 + 25$
따라서 $x^2 - y^2 = -39$ 이다.

8. 다음 그림의 사각형 ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

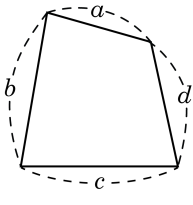
▷ 정답 : 20

해설

$$\overline{AB}^2 + 4^2 = \overline{AD}^2 + 6^2$$

$$\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$

9. 다음 사각형의 두 대각선은 직교하고, 각 변의 길이를 a, b, c, d 라고 했을 때, 다음의 식이 성립한다. $a(3a-2)$ 의 값을 구하여라.



보기

$$2a = b, d = a + 1, c = d + 1$$

▶ 답 :

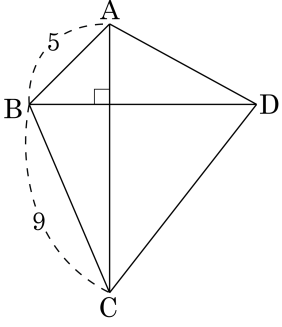
▷ 정답 : 3

해설

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ 가 성립하므로 위의 세 식을 대입하면 $a^2 + (a+2)^2 = 4a^2 + (a+1)^2$ 이다.

이를 정리하면 $3a^2 - 2a - 3 = 0$, 즉 $a(3a-2) = 3$

10. 다음과 같이 □ABCD의 대각선이 서로 직교하고 있다. $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 9$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 에서
 식을 변형하면 $\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2$
 $\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 9^2 - 5^2 = 56$