

1. 다음 그림의  $\square ABCD$ 에서  $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값은?

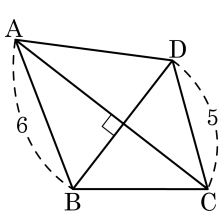
① 11

② 30

③ 41

④ 56

⑤ 61



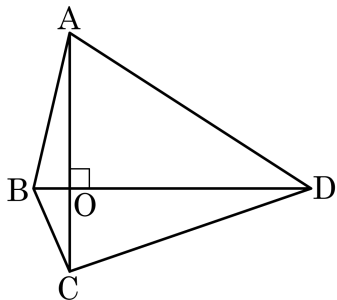
해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$$\therefore \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 6^2 = 61$$

2. 다음과 같이  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$  를 만족하는 사각형 ABCD 는  이 성립한다.

안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?



- ①  $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$
- ②  $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$
- ③  $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2$
- ④  $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$
- ⑤  $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

해설

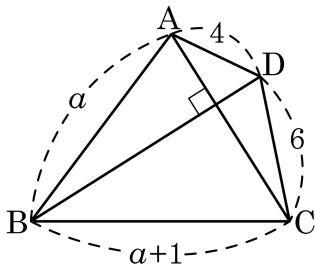
$$\triangle ABO \text{ 에서 } \overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2$$

$$\triangle CDO \text{ 에서 } \overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$$

$$\triangle BCO \text{ 에서 } \overline{BC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2$$

$$\triangle ADO \text{ 에서 } \overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$$

3. 다음 그림과 같이 대각선이 서로 직교하는 사각형 ABCD 에서  $a$  의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 :  $a = \frac{19}{2}$

해설

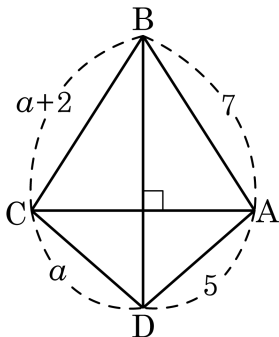
$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + 6^2 = (a + 1)^2 + 4^2$$

$$a^2 + 36 = a^2 + 2a + 1 + 16$$

$$2a = 19 \quad \therefore a = \frac{19}{2}$$

4. 다음 그림과 같이  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$  인  $\square ABCD$  가 있다. 이때  $a$  의 값을 구하면?



① 3

② 3.5

③ 4

④ 4.5

⑤ 5

해설

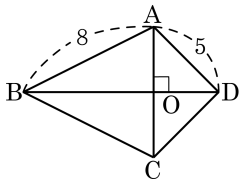
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$  이므로

$$a^2 + 7^2 = (a + 2)^2 + 5^2$$

$$a^2 + 49 = a^2 + 4a + 4 + 25$$

$$4a = 20 \quad \therefore a = 5$$

5. 다음 삼각형에서  $\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$  의 값을 구하여라.



▶ 답 :

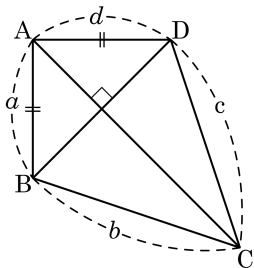
▷ 정답 : 39

해설

$$8^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 8^2 - 5^2 = 39$$

6. 다음 두 대각선이 직교하는 사각형에서  $a = d$ 가 성립한다.  $\frac{c}{b}$ 를 구하라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 1

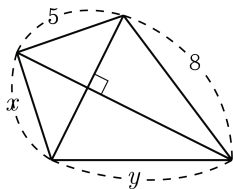
해설

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2 \text{ 이고 } a = d \text{ 이므로 } c^2 = b^2$$

그런데  $b > 0, c > 0$  이므로  $b = c$

따라서  $\frac{c}{b} = 1$  이 성립한다.

7. 다음 사각형의 두 대각선이 서로 직교할 때,  
 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.



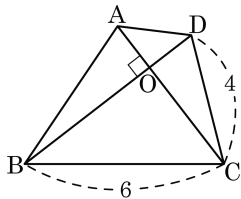
▶ 답 :

▷ 정답 :  $-39$

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같으므로  $x^2 + 64 = y^2 + 25$   
 따라서  $x^2 - y^2 = -39$ 이다.

8. 다음 그림의 사각형 ABCD에서  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$  일 때,  $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

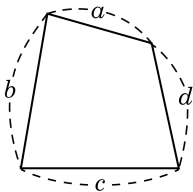
$$\overline{AB}^2 + 4^2 = \overline{AD}^2 + 6^2$$

$$\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$$

9. 다음 사각형의 두 대각선은 직교하고, 각 변의 길이를  $a, b, c, d$  라고 했을 때, 다음의 식이 성립한다.  $a(3a - 2)$  의 값을 구하여라.

보기

$$2a = b, d = a + 1, c = d + 1$$



▶ 답 :

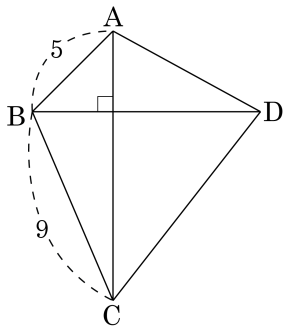
▶ 정답 : 3

해설

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ 가 성립하므로 위의 세 식을 대입하면  $a^2 + (a + 2)^2 = 4a^2 + (a + 1)^2$ 이다.

이를 정리하면  $3a^2 - 2a - 3 = 0$ , 즉  $a(3a - 2) = 3$

10. 다음과 같이  $\square ABCD$ 의 대각선이 서로 직교하고 있다.  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 9$  일 때,  $\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \text{에서} \\ \text{식을 변형하면 } \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 &= \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 \\ \therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 &= 9^2 - 5^2 = 56 \end{aligned}$$