

1. 다음 안에 알맞은 말을 써넣어라.

세 변의 길이가 4 cm, 6 cm, 8 cm 인 삼각형은 삼각형이고,
세 변의 길이가 3 cm, 4 cm, 5 cm 인 삼각형은 삼각형이다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 둔각

▷ 정답: 직각

해설

$4^2 + 6^2 > 8^2$ 이므로 둔각삼각형, $3^2 + 4^2 = 5^2$ 이므로 직각삼각형

2. 세 변의 길이가 6 cm, 5 cm, 10 cm 인 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형
- ② 직각이등변삼각형
- ③ 이등변삼각형
- ④ 예각삼각형
- ⑤ 둔각삼각형

해설

$$6^2 + 5^2 < 10^2$$

3. 세 변의 길이가 각각 3, a , 5 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는? (단, 가장 긴 변의 길이는 5 이다.)

① $1 < a < 3$ ② $1 < a < 4$ ③ $2 < a < 4$

④ $3 < a < 5$ ⑤ $3 < a < 6$

해설

i) $3 + a > 5, a > 2$

ii) $3^2 + a^2 < 5^2, a < 4$

iii) $a < 5$

$\therefore 2 < a < 4$

4. 세 변의 길이가 각각 4, 5, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 가 아닌 것은? (단, $a > 5$)

- ① 7 ② 7.5 ③ 8 ④ 8.5 ⑤ 9

해설

a 가 가장 긴 변이므로 $a^2 > 4^2 + 5^2$, $a^2 > 41$, a 는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 $a < 4 + 5$, $a < 9$ 이다. 따라서 9 는 a 가 될 수 없다.

5. 세 변의 길이가 각각 $5, n+3, n+4$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

가장 긴 변의 길이가 $n+4$ 이므로 이 삼각형이 예각삼각형이 되려면

$$(n+4)^2 < 5^2 + (n+3)^2$$

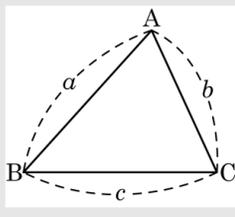
$$\therefore n < 9$$

따라서 조건을 만족시키는 자연수 n 은 $1, 2, 3, \dots, 8$ 의 8개이다.

6. 삼각형 ABC에서 $\angle B < 90^\circ$ 이고 $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$, $\overline{AB} = c$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $b^2 = a^2 + c^2$ ② $c^2 = a^2 + b^2$ ③ $a^2 = b^2 + c^2$
④ $b^2 - c^2 < a^2$ ⑤ $c^2 < a^2 + b^2$

해설



$b^2 < a^2 + c^2$ 이므로
 $b^2 - c^2 < a^2$

7. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
- ② $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
- ③ $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
- ④ $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
- ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.
변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고,
 c 가 가장 긴 변이므로
 $c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면
삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고
이때, $\angle C > 90^\circ$ 이다.

8. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?
- ① $\angle c < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 - ② $\angle c > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 - ③ $\angle c < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 - ④ $\angle c > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 - ⑤ $\angle c = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다. 변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고, c 가 가장 긴 변이므로 $c^2 > a^2 + b^2$ 성립하게 되면 삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고 이때 $\angle C > 90^\circ$ 이다.

9. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 둔각삼각형인 것은?

① 3cm, 3cm, 4cm

② 3cm, 4cm, 5cm

③ 4cm, 4cm, 7cm

④ 5cm, 12cm, 13cm

⑤ 6cm, 8cm, 9cm

해설

세 변의 길이가 a, b, c ($a < b < c$) 일 때, $a^2 + b^2 < c^2$ 일 때 둔각삼각형이므로

③ $7^2 > 4^2 + 4^2$ 이다.

10. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 않은 것은?

- ① 2cm, 3cm, 4cm- 둔각삼각형
- ② 6cm, 8cm, 10cm- 직각삼각형
- ③ 6cm, 7cm, 9cm- 예각삼각형
- ④ 5cm, 12cm, 13cm- 직각삼각형
- ⑤ 4cm, 5cm, 6cm- 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때

$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형

$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형

⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

11. 세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 삼각형에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

(단, a 가 가장 긴 변의 길이이다.)

- ① $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.
- ② $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형이다.
- ③ $a = b$ 이고 $b = c$ 이면 정삼각형이다.
- ④ $a + b \geq c$ 이다.
- ⑤ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

해설

④ 삼각형의 두 변의 합은 항상 나머지 한 변보다 크다.

12. 세 변의 길이가 a, b, c 에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 골라라.
(단, a 가 가장 긴 변의 길이이다.)

- ㉠ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.
 ㉡ $a + b \geq c$ 이다.
 ㉢ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형이다.
 ㉣ $a^2 \leq b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.
 ㉤ $a = b$ 이면 이등변삼각형이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

㉡ $a + b > c$

㉣ 세 변의 길이가 a, b, c 이고 a 가 가장 긴 변일 때, 예각삼각형은 $a^2 < b^2 + c^2$ 이다.

13. 세 변의 길이가 6, 8, a 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위는? (단, $a > 8$)

- ① $8 < a < 14$ ② $9 < a < 14$ ③ $10 < a < 14$
④ $a > 9$ ⑤ $a > 10$

해설

$a^2 > 8^2 + 6^2$
 $a^2 > 100$
 $a > 0$ 이므로 $a > 10$
따라서 $10 < a < 14$ 이다.

14. 세 변의 길이가 6, a , 10 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는 ?(단, $a < 10$)

① $0 < a < 2$

② $2 < a < 4$

③ $4 < a < 6$

④ $6 < a < 8$

⑤ $8 < a < 10$

해설

i) 삼각형이 될 조건에서

$$10 - 6 < a < 10 + 6$$

그런데 $a < 10$ 이므로 $4 < a < 10$

ii) 예각삼각형일 조건

$$10^2 < 6^2 + a^2$$

$$a > 8$$

i), ii)에 의하여 $8 < a < 10$

15. 세 변의 길이가 각각 9, 12, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 a 는 모두 몇 개인가? (단, $a > 12$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

i) 삼각형이 될 조건 : $12 - 9 < a < 9 + 12$
그런데 $a > 12$
 $\therefore 12 < a < 21$
ii) 둔각삼각형일 조건 : $a^2 > 12^2 + 9^2$
 $\therefore a > 15$
i), ii)에 의해서 $15 < a < 21$

16. 세 변의 길이가 각각 $x-1, x, x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위는?

① $1 < x < 2$

② $2 < x < 3$

③ $3 < x < 4$

④ $2 < x < 4$

⑤ $4 < x < 6$

해설

변의 길이는 양수이므로 $x-1 > 0, x > 1$
작은 두 변의 합 > 나머지 한 변
 $x-1+x > x+1$ 에서 $x > 2$
둔각삼각형이므로,
 $(x+1)^2 > x^2 + (x-1)^2$ 에서
 $x^2 - 4x < 0, x(x-4) < 0$
 $x > 1$ 이므로 x 로 양변을 나누면 $x < 4$ 이다.
그러므로 공통된 범위는 $2 < x < 4$

17. 다음 중 세 변의 길이가 각각 $n, n+2, n+3$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 n 의 값으로 옳은 것은?

- ① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

삼각형의 세 변의 조건 : $n + (n+2) > n+3, n > 1$
둔각삼각형이 될 조건 : $(n+3)^2 > (n+2)^2 + n^2$
두 조건을 동시에 만족하는 값은 보기 중에서 3 이다.

18. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{AC} = b$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\angle B = 120^\circ$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$
- ② $\angle C = 90^\circ$ 이면 $c^2 = a^2 + b^2$
- ③ $\angle A = 90^\circ$ 이면 $a^2 = b^2 + c^2$
- ④ $\angle B = 90^\circ$ 이면 $b^2 = a^2 + c^2$
- ⑤ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 $\angle C > 90^\circ$ 이다.

해설

⑤ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 $\angle C < 90^\circ$ 이다.

19. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $b^2 - a^2 = c^2$ 이면 $\angle C = 90^\circ$ 이다.
- ② $\angle C = 45^\circ$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.
- ③ $\angle B = 100^\circ$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다
- ④ $\angle A = 90^\circ$ 이면 $a^2 = b^2 + c^2$ 이다
- ⑤ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

해설

① $b^2 = a^2 + c^2$ 에서 빗변이 b 가 되므로 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

20. 다음 □안에 알맞은 말을 써넣어라.

각 변의 길이가 a^2+4 , $4a$, a^2-4 인 삼각형은 □ 삼각형이다.

▶ 답:

▷ 정답: 직각

해설

$$a^2+4-4a=(a-2)^2$$

$$a^2-4 \neq 0 \text{ 이므로 } a \neq \pm 2$$

$$(a-2)^2 > 0$$

따라서 가장 긴 변의 길이는 a^2+4 이다.

$$(a^2+4)^2 = a^4 + 8a^2 + 16 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(4a)^2 + (a^2-4)^2$$

$$= 16a^2 + a^4 - 8a^2 + 16$$

$$= a^4 + 8a^2 + 16 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} = \textcircled{㉡}$ 이므로 직각삼각형이다.

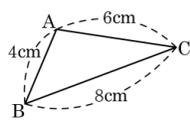
21. $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이가 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 7\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ② $\angle A > 90^\circ$ 인 둔각삼각형
③ $\angle B > 90^\circ$ 인 둔각삼각형 ④ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

삼각형의 세 변 중 가장 긴 변은 \overline{CA} 이다.
 $7^2 > 3^2 + 5^2$ 이므로 $\angle B$ 가 둔각인 둔각삼각형이다.

22. 다음 삼각형 ABC 에 대한 설명 중 옳은 것은?

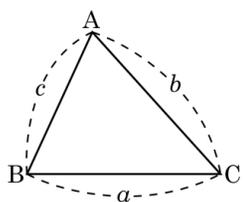


- ① $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ② $\angle A > 90^\circ$ 인 둔각삼각형
③ $\angle B > 90^\circ$ 인 둔각삼각형 ④ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이가 8cm 이고 $8^2 > 4^2 + 6^2$ 이므로 $\angle A > 90^\circ$ 인 둔각 삼각형이다.

24. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 세 변을 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

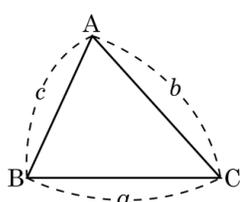


- ① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
- ② $\angle A = 90^\circ$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$
- ③ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B < 90^\circ$ 이다.
- ④ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90^\circ$ 이다.
- ⑤ $\angle B < 90^\circ$ 이면 $b^2 < a^2 + c^2$ 이다.

해설

③ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90^\circ$ 이고 다른 두 각 $\angle B, \angle C$ 는 예각이다.

25. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 세 변을 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

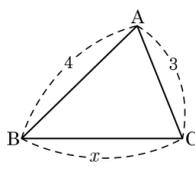


- ① $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.
- ② $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
- ③ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
- ④ $\angle B > 90^\circ$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다.
- ⑤ $\angle C < 90^\circ$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.

해설

$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90^\circ$ 이지만 $\angle C$ 또는 $\angle B$ 가 둔각일 수도 있다.

26. 다음 그림의 삼각형 ABC에서 $\angle A$ 가 예각일 때, 자연수 x 는 모두 몇 개인가? (단, x 가 가장 긴 변이다.)



- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

- i) 삼각형이 될 조건: $4 < x < 4 + 3$
 $\therefore 4 < x < 7$
 ii) 예각일 조건: $x^2 < 4^2 + 3^2 \quad \therefore x < 5$
 i), ii)에 의하여 $4 < x < 5 \quad \therefore$ 자연수 x 는 0개

27. $\angle A > 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A, \angle B, \angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $c > a - b$ ② $a > c + b$ ③ $c^2 > b^2 + a^2$

④ $b^2 < c^2 + a^2$ ⑤ $a^2 < c^2 + b^2$

해설

- ①, ② 삼각형이 되려면
 $c > a - b, a < c + b$
- ③ $\angle C < 90^\circ$ 이므로 $c^2 < b^2 + a^2$
- ④ $\angle B < 90^\circ$ 이므로 $b^2 < c^2 + a^2$
- ⑤ $\angle A > 90^\circ$ 이므로 $a^2 > c^2 + b^2$

28. 세 변의 길이가 6cm, a cm, $(a+2)$ cm인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는?(단, $a > 6$)

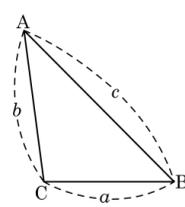
① $a > 8$ ② $a > 5$ ③ $a > 6$ ④ $a > 7$ ⑤ $a > 4$

해설

$$\begin{aligned}(a+2)^2 &> a^2 + 6^2 \\ a^2 + 4a + 4 &> a^2 + 36 \\ 4a &> 32 \quad \therefore a > 8\end{aligned}$$

29. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C > 90^\circ$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $c^2 = a^2 + b^2$ ② $b^2 > a^2 + c^2$
 ③ $a^2 < c^2 - b^2$ ④ $c^2 < a^2 + b^2$
 ⑤ $b^2 < c^2 - a^2$



해설

$$c^2 > a^2 + b^2$$

30. 세 변의 길이가 12 cm, $(12 - x)$ cm, $(12 + x)$ cm 인 삼각형이 둔각삼각형이기 위한 자연수 x 의 개수는?

- ㉠ 2개 ㉡ 4개 ㉢ 5개 ㉣ 7개 ㉤ 8개

해설

가장 긴 변이 $(12 + x)$ 이므로 삼각형이 될 조건에 의하여 (두 변의 합 > 나머지 한 변)

$$(12 + x) < 12 + (12 - x) \rightarrow x < 6 \cdots \text{㉠}$$

둔각삼각형이므로

$$(12 + x)^2 > 12^2 + (12 - x)^2 \rightarrow x > 3 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } 3 < x < 6$$

따라서 이 범위에 속하는 자연수는 4, 5

\therefore 2개

31. 세 변의 길이가 각각 $a-5$, $2a-9$, 15 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라. (단, 15는 가장 긴 변이 아니다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

길이는 양수이므로 $a-5 > 0$, $2a-9 > 0$

$\therefore a > 5$

$(2a-9) - (a-5) = a-4 > 0$ ($\because a > 5$)

$\therefore 2a-9 > a-5$

$(2a-9)$ 가 가장 긴 변이므로 $(a-5) + 15 > 2a-9$

$\therefore 5 < a < 19$

$(2a-9)^2 = (a-5)^2 + 15^2$

$3a^2 - 26a - 169 = 0$

$(3a+13)(a-13) = 0$

$\therefore a = 13$

32. 세 변의 길이가 6, 8, x 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위를 구하여라. (단, x 의 길이가 가장 길다.)

▶ 답:

▷ 정답: $8 < x < 10$

해설

$x > 8$ 일 때, 삼각형이 될 조건에 의하여

$$8 < x < 14$$

(2) 단계

예각삼각형이므로 $x^2 < 6^2 + 8^2$

$$\therefore x < 10$$

(3) 단계

따라서 $8 < x < 10$

33. 세 변의 길이가 각각 4 , $x+4$, $x+5$ 인 삼각형이
예각삼각형이 되도록 하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

예각삼각형이므로

$$(x+5)^2 < 4^2 + (x+4)^2$$

$$\therefore x < \frac{7}{2}$$

따라서 조건을 만족시키는 자연수 x 는 1, 2, 3의 3개이다.

34. 세 변의 길이가 $a+4, 2a+3, 3a+5$ 인 삼각형 ABC 가 $\angle A > 90^\circ$ 인 둔각삼각형일 때, a 의 최소 정수의 값을 구하여라. (단, $a > 0$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a+4, 2a+3, 3a+5$ 에서 가장 긴 변은 $3a+5$ 이고, 둔각삼각형
이므로

$(3a+5)^2 > (2a+3)^2 + (a+4)^2, 4a^2 + 10a > 0, 2a^2 + 5a > 0$
이다.

$a > 0$ 이므로 $2a+5 > 0, a > -\frac{5}{2}$ 이다. 따라서 최소 정수는 1
이다.