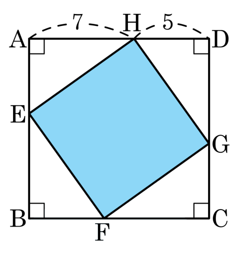
1. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



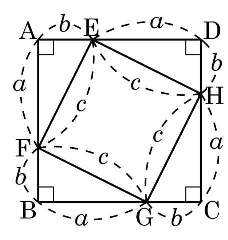
▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로
$\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.
사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.
따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

2. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle EHG = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b:c$ 이다.

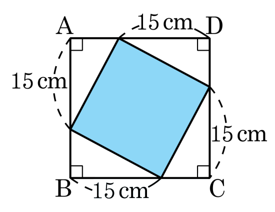
④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$

⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

3. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 $529\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 289 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

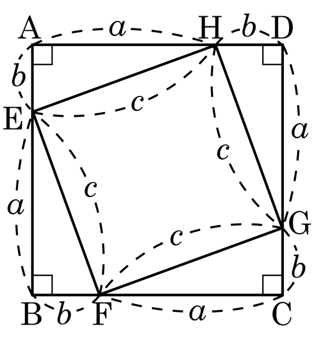
해설

주어진 조건에 의해 $(x+15)^2 = 529$ 이므로 $x = 8(\,\mathrm{cm})$

따라서 피타고라스 정리를 적용하면 색칠된 정사각형의 한 변의 길이는 $17\,\mathrm{cm}$ 이다.

그러므로 넓이는 $17^2 = 289(\,\mathrm{cm}^2)$ 이다.

4. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정을 섞어 놓은 것이다. 순서대로 나열하여라.



그림과 같이 직각삼각형 AEH 에서

㉠ $\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ 이므로

㉡ $\square ABCD = \square EFGH + 4\triangle AEH$ 이므로

㉢ $(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$

㉣ 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 ABCD 를 그리면

㉤ $\square EFGH$ 는 정사각형이다.

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

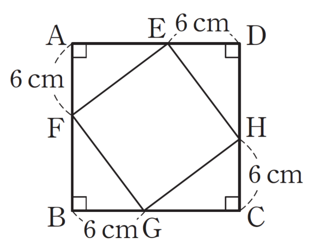
해설

그림과 같이 직각삼각형 AEH 에서
한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 ABCD 를 그리면
$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ 이므로 $\square EFGH$ 는 정사각형이다.
$\square ABCD = \square EFGH + 4\triangle AEH$ 이므로
$(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$
$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

5.

오른쪽 그림과 같이 넓이가 196 cm^2인 정사각형 ABCD에서

$\overline{AF}=\overline{BG}=\overline{CH}=\overline{DE}=6\text{ cm}$일 때, □EFGH의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 40cm

해설

□ABCD $=196\text{ cm}^2$이므로 $\overline{AD}=14\text{ cm}$

$\therefore\ \overline{AE}=14-6=8\text{ (cm)}$

$\triangle AFE\equiv\triangle BGF\equiv\triangle CHG\equiv\triangle DEH$ (SAS 합동)이므로 $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$

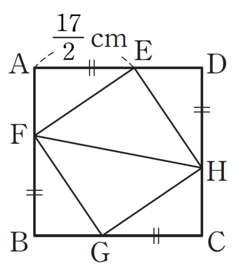
즉, □EFGH는 정사각형이다.

$\triangle AFE$에서 $\overline{EF}^2=6^2+8^2=100$

$\therefore\ \overline{EF}=10\text{ (cm)}$

$\therefore$ (□EFGH의 둘레의 길이) $=4\times10=40\text{ (cm)}$

6.



오른쪽 그림과 같은 넓이가 144 cm^2인 정사각형 ABCD에서 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=\frac{17}{2}$ cm 일 때, $\overline{FH}$의 길이를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13cm

해설

$\square ABCD=\overline{AD}^2=144$이므로 $\overline{AD}=12\,(cm)$

$\therefore\ \overline{DE}=12-\frac{17}{2}=\frac{7}{2}\,(cm)$

이때 $\triangle AFE\equiv\triangle BGF\equiv\triangle CHG\equiv\triangle DEH$이므로

$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$

즉, $\square EFGH$는 정사각형이다.

$\triangle AFE$에서 $\overline{EF}^2=\left(\frac{7}{2}\right)^2+\left(\frac{17}{2}\right)^2=\frac{169}{2}$

이때 $\triangle EFH$는 $\overline{EF}=\overline{HE}$, $\angle FEH=90^\circ$인 직각이등변삼각형이므로 $\overline{FH}^2=2\times\overline{EF}^2=2\times\frac{169}{2}=169$

$\therefore\ \overline{FH}=13\,(cm)$