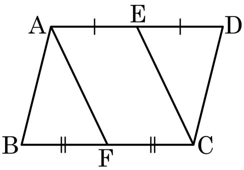
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD , 변 BC 의 중점을 각각 점 E, F 라 할 때, □AFCE 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모

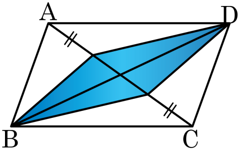
③ 직사각형 ④ 정사각형

⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고 $\overline{AE} // \overline{FC}$ 이므로
사각형 AFCE 는 평행사변형이다.

2. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 꼭짓점 A, C 로부터 거리가 같도록 두 점을 잡았다. 색칠한 사각형은 어떤 사각형인가?



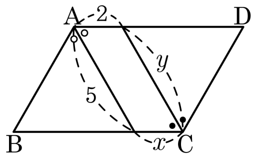
① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

두 점을 각각 E, F 라고 하고 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라고 하면
$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.
그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.

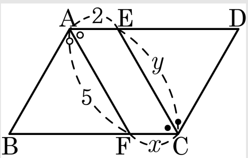
3. 평행사변형 ABCD 에서 ∠A 와 ∠C 의 이등분선을 그었을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설



두 점을 E, F 라고 하면

□ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle BAD = \angle BCD$ 이므로 $\dfrac{\angle BAD}{2} = \dfrac{\angle BCD}{2}$

$\angle ECF = \angle CED$ ($\because$ 엇각)

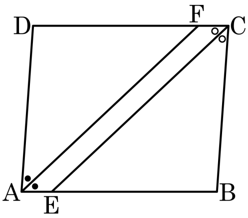
$\angle AFB = \angle FAE$ ($\because$ 엇각)

$\therefore \angle AEC = \angle AFC$

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AFCE 는 평행사변형이다.

따라서 $x = 2,\ y = 5$ 이므로 $x + y = 7$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 CD, BA 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AF} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{DF} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{AB} = 7\mathrm{cm}$ 이다. 사각형 AECF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle BAD = \angle BCD$ 이므로 $\dfrac{\angle BAD}{2} = \dfrac{\angle BCD}{2}$

$\angle ECF = \angle CEB$ ($\because$ 엇각)

$\angle AFD = \angle FAE$ ($\because$ 엇각)

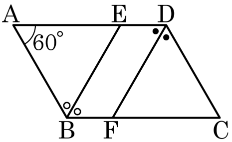
$\therefore \angle AEC = \angle AFC$

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AFCE 는 평행사변형이다.

평행사변형의 두 대변의 길이는 같으므로

$2 \times (8 + 1) = 18(\mathrm{cm})$ 이다.

5. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



① $60°$ ② $80°$ ③ $100°$

④ $120°$ ⑤ $140°$

해설

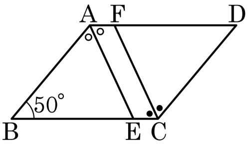
사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$

$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.

사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$

$\therefore \angle BFD = 120°$

6. 다음 그림처럼 평행사변형 ABCD 에서 선분 AE와 선분 CF가 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선일 때, $\angle AEC$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : 115 $\underline{^{\circ}}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$ 이다.

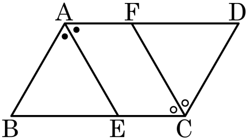
$\angle BAD = 2\angle EAF$ 이므로 $\angle EAF = 65°$ 이다.

사각형 AECF 는 평행사변형이므로 $\angle EAF + \angle AEC = 180°$

$\therefore \angle AEC = 180° - \angle EAF$

$= 180° - 65° = 115°$ 이다.

7. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DF}$

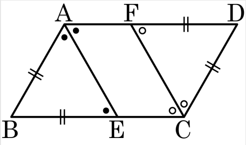
② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$

④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

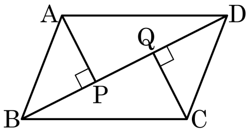
$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60°$ 일 때만 성립한다.

그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

8. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$

② $\overline{AP} = \overline{PC}$

③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$

④ $\overline{AP} \,//\, \overline{QC}$

⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)

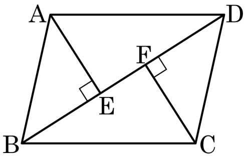
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$①

또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \,//\, \overline{CQ} \cdots\cdots$②

①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE}//\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CE}$

② $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$

③ $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$

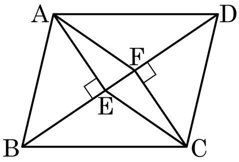
④ $\overline{AE}//\overline{CF}$

⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

10. □ABCD 가 평행사변형일 때, 어두운 사각형은 평행사변형이다. 그 이유로 적당한 것은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

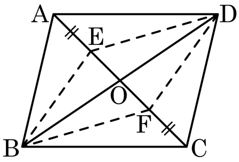
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로

$\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} // \overline{CF}$ 이다.

한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 사각형 AECF 는 평행사변형이다.

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡으면, □BEDF 는 평행사변형이다. 이것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

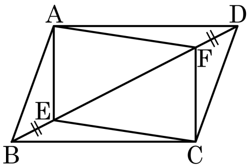
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$,

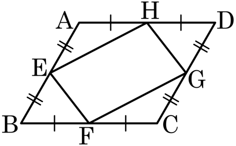
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$

$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle CDF$, $\triangle BCE \equiv \triangle DAF$

$\rightarrow \overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AF} = \overline{CE}$

따라서 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라.



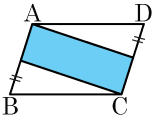
▶ 답 :

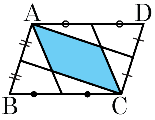
▷ 정답 : 평행사변형

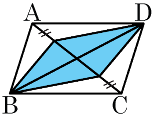
해설

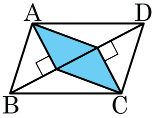
□ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이다.
SAS 합동 조건에 따라 $\triangle AEH \equiv \triangle FCG$, $\triangle EBF \equiv \triangle HGD$ 이므로
$\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$ 이다.
두 쌍의 대응변의 길이가 같으므로 사각형 HEFG 는 평행사변형이다.

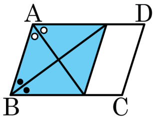
14. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 사각형 중 종류가 다른 것은?

①


②


③


④


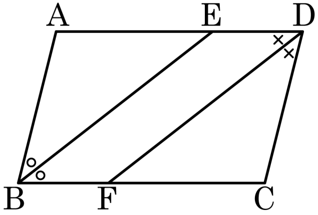
⑤


해설

①,②,③,④ : 평행사변형

⑤ 마름모

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 다음 보기 중에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AE}$　　㉡ $\overline{ED} = \overline{BF}$

㉢ $\overline{AE} = \overline{DC}$　　㉣ $\overline{BE} = \overline{FD}$

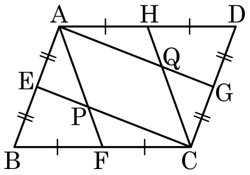
㉤ $\angle AEB = \angle DFC$　　㉥ $\angle ABE = \angle FDC$

① 2 개　② 3 개　③ 4 개　④ 5 개　⑤ 6 개

해설

사각형 BEDF 는 평행사변형이고,
$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ 이므로 ㉠~㉥ 모두 옳다.

16. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 P , $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{AD}//\overline{CB}$

② $\overline{AF}=\overline{CH}$, $\overline{AH}//\overline{FC}$

③ $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AQ}=\overline{PC}$

④ $\overline{AP}//\overline{QC}$, $\overline{AQ}//\overline{PC}$

⑤ $\overline{AP}=\overline{QC}$, $\overline{AQ}=\overline{PC}$

해설

$\overline{AE}//\overline{CG}$, $\overline{AE}=\overline{CG}$ 이므로

□AECG 는 평행사변형

$\therefore$ $\overline{AG}//\overline{EC}$, 즉 $\overline{AQ}//\overline{PC}\cdots$①

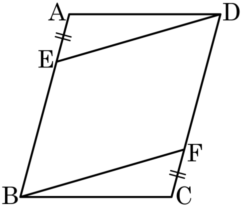
$\overline{AH}//\overline{FC}$, $\overline{AH}=\overline{FC}$ 이므로

□AFCH 는 평행사변형

$\therefore$ $\overline{AF}//\overline{CH}$, 즉 $\overline{AP}//\overline{QC}$ $\cdots$②

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

17. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE}=\overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{ED}//\overline{DF}$

② $\angle EBF=\angle EDF$, $\angle BED=\angle DFB$

③ $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$

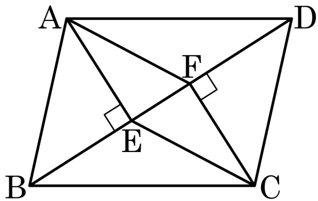
④ $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$

⑤ $\overline{BE}//\overline{DF}$, $\overline{BE}=\overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$
즉 $\overline{EB}//\overline{DF}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE}=\overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

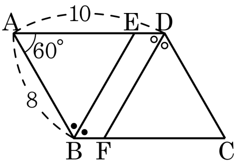
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$

$\angle AEF = \angle CFE = 90°$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$

따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\square$BEDF 의 둘레의 길이를 구하여라.



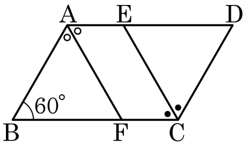
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA(\because$ 엇각$)$
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.
$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로
$\square$BEDF는 평행사변형이다.
$\therefore$ $\square$BEDF 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.

20. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AE}=3$ 이고 사각형 AFCE 의 둘레의 길이가 26 일 때, 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 46

해설

평행사변형 AFCE 의 둘레의 길이가 $2\times(\overline{AF}+3)=26$ 이므로 $\overline{AF}=10$ 이다.

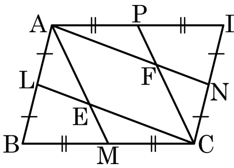
또한 $\angle FAE=\angle AFB$($\because$ 엇각) 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\overline{AB}=\overline{AF}$ 인 이등변삼각형이고

세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이므로

$\overline{AF}=\overline{AB}=\overline{ED}=10$ 이다.

따라서 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는 $2\times(10+10+3)=46$ 이다.

21. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. □ABCD 의 각 변의 중점을 각각 L, M, N, P 라 하고 $\overline{AM}$ 과 $\overline{CL}$ 의 교점을 E, $\overline{AN}$ 과 $\overline{CP}$ 의 교점을 F 라고 할 때, □AECF 는 어떤 사각형인지 말하여라.



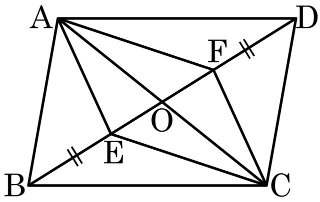
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ALCN 은 평행사변형이므로
$\overline{AF} // \overline{EC}$
□AMCP 도 평행사변형이므로
$\overline{AE} // \overline{FC}$
따라서 □AECF 는 평행사변형이다.

22. 다음은 한솔중 2 학년 예지가 증명을 해 놓은 결과 중 2 곳이 지워졌다. 빈칸에 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.
(단, 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, 점 E, F 는 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 를 만족하는 점이다.)



[가정]□ABCD 는 평행사변형, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$
[결론]□AECF 는 평행사변형
[증명]□ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{OA}} = \boxed{}$ (a)
가정에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{OE}} = \boxed{}$ (b)
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
□AECF 는 평행사변형이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

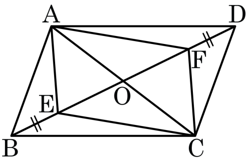
▷ 정답 : $\overline{\mathrm{OC}}$

▷ 정답 : $\overline{\mathrm{OF}}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$
또, $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$ 이고 가정에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

23. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

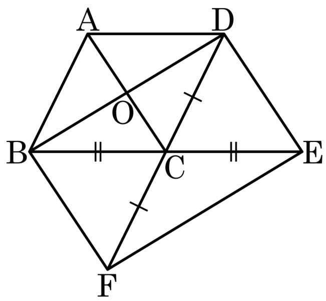
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$
가정에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

24. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED 가 평행사변형이되는 조건 ㉤과 □BFED 가 평행사변형이 되는 조건 ㉣로 2 개이다.