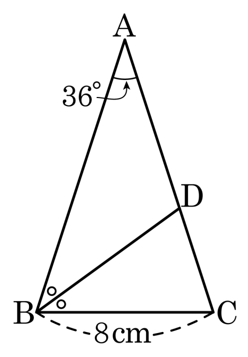
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 변 AC 와의 교점을 D 라 할 때, $\triangle BDC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



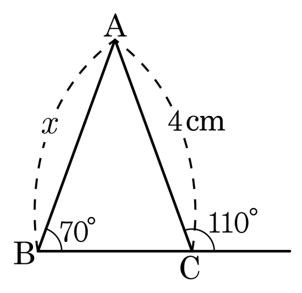
▶ 답:

▷ 정답: 이등변삼각형

해설

$\angle B = 72°$ 이므로 $\angle ABD = 36°$ 이다.
따라서 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle BDC = 72°$, $\angle BCD = 72°$ 이므로 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle BDC$ 는 이등변삼각형이다.

2. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



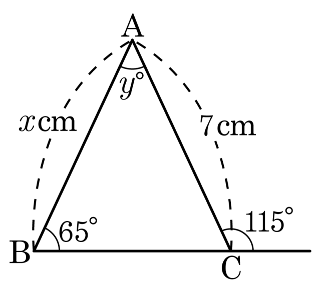
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\angle\mathrm{ACB} = 70°$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore x = 4(\mathrm{cm})$

3. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 가 주어졌을 때, x, y의 값은?



① $x=6,\ y=50°$　② $x=7,\ y=45°$

③ $x=7,\ y=50°$　④ $x=7,\ y=65°$

⑤ $x=8,\ y=50°$

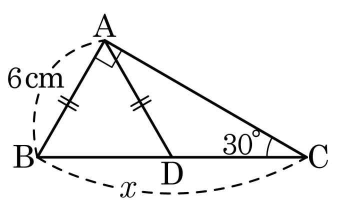
해설

$\angle ACB = 65°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore x = 7$

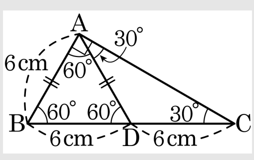
그리고 $y = 180° - 65° \times 2 = 50°$

4. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, x 의 길이는?



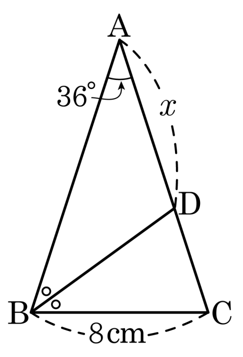
① 4cm　② 6cm　③ 8cm　④ 10cm　⑤ 12cm

해설



$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30°$ 이다.
$\angle ADB = 60°$, $\angle DAB = 60°$, $\angle ABD = 60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $x = 12\,\text{cm}$ 이다.

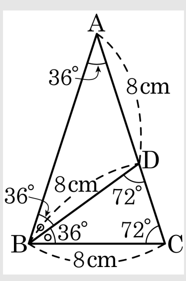
5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 8 cm

해설

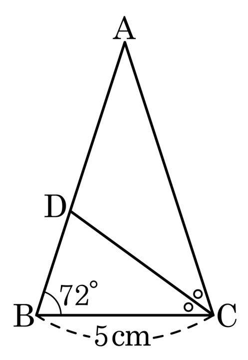


$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형이다. $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\angle B = \angle C = 72°$ 이고 $\angle BCD = \angle ACD = 36°$ 이므로, $\angle A = 36°$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,cm$ 이다.

7. 다음은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P 라 할 때, $\triangle PBC$ 는 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다.

> $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로
> $\angle PBC = \boxed{(나)} \times \angle B = \frac{1}{2} \times \boxed{(다)} = \boxed{(라)}$
> 따라서 $\triangle PBC$ 는 $\boxed{(마)}$ 이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가) $\angle C$　　② (나) 2
③ (다) $\angle C$　　④ (라) $\angle PCB$
⑤ (마) 이등변삼각형

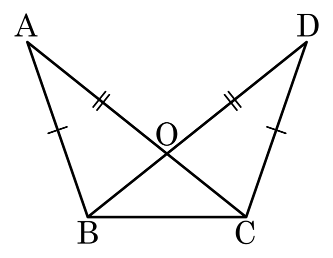
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = (\angle C\ )$ 이므로

$\angle PBC = \left(\frac{1}{2}\right) \times \angle B = \frac{1}{2} \times (\angle C\ ) = (\angle PCB\ )$

따라서 $\triangle PBC$ 는 (이등변삼각형) 이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AC} = \overline{DB}$ 그리고 $\angle BOC = 84°$ 일 때, $\angle OBC$ 의 크기를 구하여라.



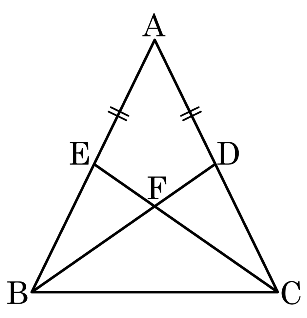
▶ 답: °

▷ 정답: 48°

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SSS 합동)
$\angle ACB = \angle DBC$
따라서 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle OBC = (180° - 84°) \div 2 = 48°$

9. 다음 그림과 같은 이등변삼각형ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 일 때, $\triangle FBC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

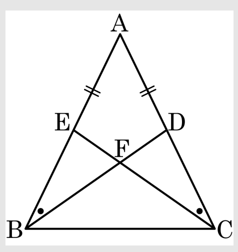


▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

다음 그림에서 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동 : $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통) 이므로 $\angle EBF = \angle DCF$ 이다.



따라서 $\angle FBC = \angle FCB$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 이등변삼각형이다

10. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

> $\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(가)}}$
> $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠
> $\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
> ㉠, ㉡에 의해서 $\boxed{\text{(라)}}$
> 따라서 $\triangle ABC$ 는 $\boxed{\text{(마)}}$ 이다.

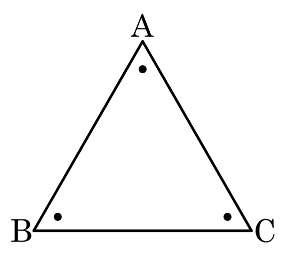
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① (가) $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
② (나) $\overline{AC}$
③ (다) $\angle C$
④ (라) $\angle A = \angle B = \angle C$
⑤ (마) 정삼각형

해설

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기가 같으므로 $(\angle A = \angle B = \angle C)$
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\ \angle C\ )$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 $(\ \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}\ )$
따라서 $\triangle ABC$ 는 (정삼각형) 이다.

11. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = \boxed{(나)} \cdots$ ㉠
$\angle A = \boxed{(다)}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $\boxed{(가)}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

㈎ ~ ㈐에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

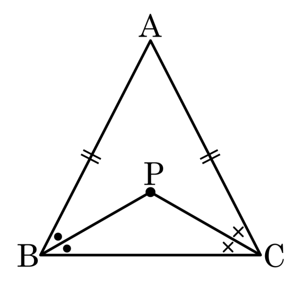
④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\angle C)$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

12. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 P라 하면 $\triangle PBC$도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = \boxed{\text{(가)}}$
$\angle PBC = \boxed{\text{(나)}}\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{\text{(나)}}\angle ACB$
$\therefore \boxed{\text{(다)}}$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(라)}}$ 이다.
따라서 $\boxed{\text{(마)}}$ 는 이등변삼각형이다.

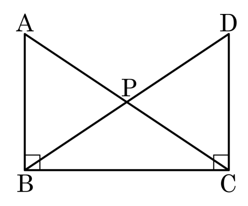
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가) $\angle ACB$
② (나) 2
③ (다) $\angle PBC = \angle PCB$
④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
⑤ (마) $\triangle PBC$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = (\angle ACB)$
$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,
$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$
$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 ($\overline{PB} = \overline{PC}$) 이다.
따라서 ($\triangle PBC$) 는 이등변삼각형이다.

13. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이면 $\triangle PBC$ 는 어떤 삼각형인가?

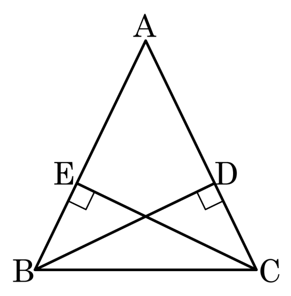


① 정삼각형
② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형
④ 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
i) $\overline{AC} = \overline{DB}$
ii) $\angle ABC = \angle DCB = 90°$
iii) $\overline{AB} = \overline{DC}$
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB$ 이므로
$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



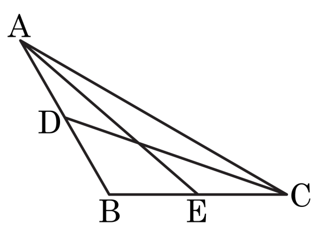
(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{(가)}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{(나)}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{(다)} = 90°$) ⋯㉠
($\angle B = \boxed{(라)}$) ⋯㉡
$\boxed{(마)}$ 는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$　　② (나) $\overline{CE}$　　③ (다) $\angle BDA$
④ (라) $\angle C$　　⑤ (마) $\overline{BC}$

해설

(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{\overline{AC}}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{\overline{CE}}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{\angle CEB} = 90°$) ⋯㉠
($\angle B = \boxed{\angle C}$) ⋯㉡
$\boxed{\overline{BC}}$ 는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 대변의 중점과의 교점을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉮~㉰ 에 들어갈 말을 알맞게 쓴 것을 고르면?



[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
(㉮)는 공통 ⋯㉠
$\angle DAC = \angle ECA$ ⋯㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
(㉯)⋯㉢
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 (㉰)

① $\overline{AE}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

② $\overline{AE}$, $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

③ $\overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

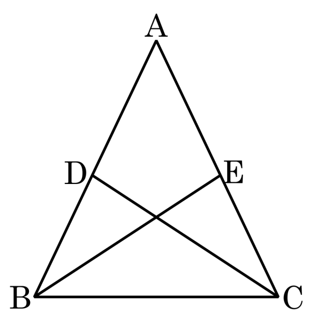
④ $\overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\overline{AB}$ 는 $\overline{CB}$ 와 길이가 같다.

⑤ $\overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.

해설

[가정] $\overline{AB} = \overline{BC}$, 점 D, E 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점
[결론] $\overline{AE} = \overline{CD}$
[증명] $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 에서
($\overline{AC}$)는 공통⋯㉠
$\angle DAC = \angle ECA$⋯㉡
또 $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
($\overline{AD} = \overline{CE}$)⋯㉠
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle ADC$ 와 $\triangle CEA$ 는 SAS 합동
따라서 ($\overline{AE}$ 는 $\overline{CD}$ 와 길이가 같다.)

16. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이면 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이다.」를 증명한 것이다. 다음 ㉠ ~ ㉤에 짝지은 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \boxed{㉠}$

[결론] $\overline{DC} = \boxed{㉡}$

[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \boxed{㉢}$,

$\overline{AE} = \boxed{㉣}$, $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{㉤}$ 합동)

$\therefore \overline{DC} = \boxed{㉡}$

① ㉠ : $\overline{AE}$ ② ㉡ : $\overline{EB}$ ③ ㉢ : $\overline{AC}$

④ ㉣ : $\overline{AD}$ ⑤ ㉤ : ASA

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

[결론] $\overline{DC} = \overline{EB}$

[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DC} = \overline{EB}$