

1. 두 점 A(2, 5), B(-1, 3) 의 중점을 지나고, $2x - y = 4$ 의 그래프에 평행한 직선의 방정식을

$ax + by - 2 = 0$ 이라 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -\frac{4}{3}$

▷ 정답 : $b = \frac{2}{3}$

해설

두 점 A, B 의 중점의 좌표를 구하면 $\left(\frac{2-1}{2}, \frac{5+3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$

또, 구하는 직선의 기울기는 $2x - y = 4$, 즉, $y = 2x - 4$ 와 평행하므로 기울기는 2 이다.

즉, 기울기가 2 이고 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 를 지나는 직선의 방정식을 $y = 2x + m$ 이라 하면

$$4 = 2 \times \frac{1}{2} + m \quad \therefore m = 3$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 2x + 3$ 이고

$$ax + by - 2 = 0$$

$$-ax + 2 = by$$

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{2}{b}$$

와 일치하므로 $-\frac{a}{b} = 2, \frac{2}{b} = 3$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}$$

2. 두 직선 $y = \frac{3}{2}x + 2$ 와 $y = -x + 6$ 의 교점을 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식은?

① $x = \frac{2}{5}$

② $x = \frac{3}{5}$

③ $x = \frac{7}{5}$

④ $x = \frac{8}{5}$

⑤ $x = \frac{9}{5}$

해설

$y = \frac{3}{2}x + 2$ 와 $y = -x + 6$ 의 교점 $\left(\frac{8}{5}, \frac{22}{5}\right)$

$x = \frac{8}{5}$

3. 직선 $2x - y + 1 = 0$, $x - y + 2 = 0$ 의 그래프의 교점을 지나고, 기울기가 3 인 직선의 방정식은?

① $3x + y + 4 = 0$

② $x - 3y = 0$

③ $2x - y + 3 = 0$

④ $3x - y = 0$

⑤ $3x + 2y - 1 = 0$

해설

$2x - y + 1 = 0$, $x - y + 2 = 0$ 의 교점을 구하면 $(1, 3)$
기울기가 3 인 일차함수 식을 $y = 3x + b$ 라고 하면 점 $(1, 3)$ 을
지나므로
 $3 = 3 + b$
 $\therefore b = 0$
따라서 $y = 3x$ 를 변형하면 $3x - y = 0$ 이다.

4. 두 직선 $x + 3 = 0$, $2y - 4 = 0$ 의 교점을 지나고, $2x - y + 3 = 0$ 에 평행한 직선의 방정식의 y 절편은?

① 2 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x + 3 = 0$, $2y - 4 = 0$ 의 교점은 $(-3, 2)$ 이고, $y = 2x + 3$ 의 기울기와 같으므로

구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라고 하면

$y = 2x + b$, 점 $(-3, 2)$ 를 지나므로

$$2 = -6 + b$$

$$\therefore b = 8$$

따라서, 구하는 $y = 2x + 8$ 의 y 절편은 8 이다.

5. 두 직선 $2x - y + 3 = 0$, $2x + y - 3 = 0$ 의 교점을 지나고, x 절편이 2인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은?

- ① $y = 2x + 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + 3$
④ $y = \frac{3}{2}x + 3$ ⑤ $y = -\frac{3}{2}x + 3$

해설

교점의 좌표는 (0, 3) 이고, 다른 한 점 (2, 0) 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이다.

6. 두 직선 $\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ -2x + y = 5 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y 축에 수직인 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$$\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ -2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 4 & \cdots \textcircled{A} \\ -6x + 3y = 15 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 에서 $11x = -11, x = -1, y = 3$

y 축에 수직이므로 x 축에 평행하다.

$\therefore y = 3$

7. 두 직선 $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y 축에 수직인 직선의 방정식은?

① $x = 1$ ② $y = 1$ ③ $x = 2$ ④ $y = 2$ ⑤ $x = 3$

해설

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

의 교점은 두 방정식의 해와 같으므로

$$x = 2, y = 1$$

y 축에 수직이므로 x 축에 평행하다.

$$\therefore y = 1$$

8. 두 직선 $x - 2y = 5$, $2x + 3y = -4$ 의 교점과 점 (3, 2) 를 지나는 직선의 식을 $y = ax + b$ 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ 2 ⑤ 6

해설

i) $x - 2y = 5$ 와 $2x + 3y = -4$ 의 교점을 구한다.

$$\begin{array}{r} 2x - 4y = 10 \\ -) 2x + 3y = -4 \\ \hline -7y = 14 \end{array}$$

$\therefore y = -2, x = 1$

따라서 교점의 좌표는 (1, -2) 이다.

ii) 교점 (1, -2) 와 점 (3, 2) 를 지나는 직선을 구한다.

$$a = \frac{(y \text{ 증가량})}{(x \text{ 증가량})} = \frac{2 + 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $x = 3, y = 2$ 를 대입하면 $b = -4$

$\therefore ab = 2 \times (-4) = -8$

9. $x : y = 2 : 5$ 와 $3(x-y) + 2y = 1$ 의 교점을 지나고, 점 $(1, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x : y = 2 : 5 \Rightarrow 2y = 5x, y = \frac{5}{2}x$$

$$3(x-y) + 2y = 1 \Rightarrow 3x - y = 1$$

두 식의 교점을 구하면 $(x, y) = (2, 5)$ 이다.

구해야 할 직선은 두 점 $(2, 5)$ 와 $(1, 4)$ 를 지나므로

$$(\text{기울기}) = \frac{5-4}{2-1} = 1 \text{ 이고,}$$

$y = x + b$ 라 할 때, 점 $(1, 4)$ 를 지나므로 식 $y = x + 3$ 이다.

이 방정식의 x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 값이므로

x 절편은 -3 이다.

10. 두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x-y=3$ 과 평행인 직선의 방정식의 x 절편은?

- ㉠ $-\frac{1}{2}$ ㉡ -1 ㉢ $\frac{1}{2}$ ㉣ $\frac{1}{3}$ ㉤ $\frac{1}{4}$

해설

두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점은 $(0, 1)$ 이고,
 $2x-y=3 \rightarrow y=2x-3$ 과 평행이므로 기울기가 같다. 따라서
 $y=2x+b$ 에 $x=0, y=1$ 을 대입한다. $1=2 \times 0 + b$, $b=1$
 $\therefore y=2x+1$

이 방정식의 x 절편은 $y=0$ 일 때의 x 값이므로, x 절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

11. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ 의 교점을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = -1$ ② $x = -1$ ③ $y = 2$
④ $x = 2$ ⑤ $x = 4$

해설

교점은 두 식을 연립하여 풀었을 때의 해이므로 $(2, -1)$
이 점을 지나고 x 축에 평행한
직선의 식은 $y = -1$

12. x, y 에 관한 두 일차방정식 $5x - 2y - 7 = 0$, $-2x + 3y - 6 = 0$ 의 그래프가 점 $P(\alpha, \beta)$ 에서 만날 때, 점 P 를 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은?

- ① $y = 3$
- ② $y = 4$
- ③ $x = 3$
- ④ $x = 4$
- ⑤ $x + y = 7$

해설

연립방정식의 해는 그래프의 교점이므로

$$\begin{array}{r} 15x-6y=21 \\ +) -4x+6y=12 \\ \hline 11x \qquad =33 \end{array}$$

therefore $x = 3$

$x = 3$ 을 $5x - 2y - 7 = 0$ 에 대입하면

$15 - 2y - 7 = 0, 2y = 8 \therefore y = 4$

따라서, 교점의 좌표는 $(3, 4)$ 이고,

y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x = 3$ 이다.