

1. 다음 부등식을 푼 것으로 틀린 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $a > 0$ 일 때, $ax + 1 > 3 \Rightarrow x > \frac{2}{a}$
② $a > 0$ 일 때, $-ax + 2 > 4 \Rightarrow x < -\frac{2}{a}$
③ $a < 0$ 일 때, $-ax + 2 > 4 \Rightarrow x > \frac{2}{a}$
④ $a > 0$ 일 때, $-ax + 4 > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{a}$
⑤ $a < 0$ 일 때, $-ax + 4 > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{a}$

해설

- ③ $-ax + 2 > 4$
 $-ax > 2$
 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$, 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
 $\therefore x > -\frac{2}{a}$
④ $-ax + 4 > 2$
 $-ax > -2$
 $a > 0$ 이므로 $-a < 0$, 양변을 $-a$ 로 나누어 주면 부등호의 방향이 바뀌어야 한다.
 $\therefore x < \frac{2}{a}$

2. $a > 0$ 일 때, x 에 대한 일차부등식 $ax \geq -1$ 의 해는?

① $x \leq \frac{1}{a}$

② $x \geq \frac{1}{a}$

③ $x \leq -\frac{1}{a}$

④ $x \geq -\frac{1}{a}$

⑤ 해가 없다.

해설

$a > 0$ 이므로 양변을 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

$$\therefore x \geq -\frac{1}{a}$$

3. $a > 0$ 일 때, $-ax < 2a$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -2$

해설

$a > 0$ 이므로 $-a$ 로 양변을 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.
 $\therefore x > -2$

4. $a > 0$ 일 때, $-ax > 3a$ 의 해는?

① $x < -1$

② $x < -2$

③ $x < -3$

④ $x > 3$

⑤ $x > -3$

해설

$a > 0$ 이므로 $-a$ 는 음수이므로 양변을 $-a$ 로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

$\therefore x < -3$

5. $a < -1$ 일 때, $a(x-1) - 3 \leq -x - 2$ 의 해는?

- ① 해를 구할 수 없다. ② $x \geq -1$
③ $x \leq -1$ ④ $x \geq 1$
⑤ $x \leq 1$

해설

$$\begin{aligned} ax - a - 3 &\leq -x - 2 \\ ax + x &\leq a + 1 \\ (a + 1)x &\leq a + 1 \\ a < -1 \text{ 이므로 } a + 1 &< 0 \\ a + 1 \neq 0 \text{ 이므로 양변을 } a + 1 \text{ 로 나누면 } x &\geq 1 \end{aligned}$$

6. $a > -1$ 일 때, $a(x-1) - 2 \leq -x-1$ 의 해는?

- ① 해를 구할 수 없다. ② $x \geq -1$
③ $x \leq -1$ ④ $x \geq 1$
⑤ $x \leq 1$

해설

$$\begin{aligned} ax - a - 2 &\leq -x - 1 \\ ax + x &\leq a + 1 \\ (a + 1)x &\leq a + 1 \\ a > -1 \text{ 이므로 } a + 1 &> 0 \\ a + 1 \neq 0 \text{ 이므로 양변을 } a + 1 \text{ 로 나누면 } x &\leq 1 \end{aligned}$$

7. $a < 0$ 일 때, $-ax > b$ 를 풀면?

① $x < \frac{a}{b}$

② $x < -\frac{b}{a}$

③ $x > \frac{b}{a}$

④ $x < -\frac{b}{a}$

⑤ $x > -\frac{b}{a}$

해설

$a < 0$ 이므로 $-a > 0$

양변을 $-a$ 로 나누면 $x > -\frac{b}{a}$

8. $a < 0$ 일 때, $ax > b$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < \frac{b}{a}$

해설

$a < 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

$$\therefore x < \frac{b}{a}$$

9. 부등식 $ax + 8 < 0$ 의 해가 $x < -2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$ax + 8 < 0$ 에서 $ax < -8$

그런데 부등식의 해가 $x < -2$ 이므로 a 는 양수이다.

따라서 $x < -\frac{8}{a}$ 이므로 $-\frac{8}{a} = -2$ 이다.

$\therefore a = 4$

10. 부등식 $bx + 1 < 5x - 2$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, b 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$bx + 1 < 5x - 2$$

$$bx - 5x < -3$$

$$(b - 5)x < -3$$

부등식의 해가 $x > 1$ 이므로 $b - 5 < 0$, 즉 $b < 5$

$$x > \frac{3}{5 - b}$$

$$\frac{3}{5 - b} = 1$$

$$\therefore b = 2$$

11. 부등식 $ax - 2 > -6$ 의 해가 $x < 12$ 일 때, a 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$ax - 2 > -6, ax > -4$$

해가 $x < 12$ 이므로 $a < 0$ 양변을 a 로 나누면 $x < -\frac{4}{a}$, $-\frac{4}{a} = 12$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}$$

12. $k = 0$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 무수히 많은 것은?

① $kx < 0$

② $kx > 0$

③ $kx \geq 3$

④ $kx \geq -1$

⑤ $kx < -2$

해설

$k = 0$ 일 때, $kx \geq -1$ 는 $0 \geq -1$ 이므로 항상 성립한다.

13. $k = 0$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 없는 것은?

① $kx > -1$

② $kx \geq 0$

③ $kx + 1 > -5$

④ $kx \leq 0$

⑤ $kx + 3 > 4$

해설

$k = 0$ 일 때 $kx + 3 > 4$ 는 $3 > 4$ 이므로 성립하지 않는다.

14. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 사이에 $ab > 0, bc < 0, b > c$ 인 관계가 있을 때, $-\frac{1}{2}(c-b-a)x < 2(a+b-c)$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 4$

해설

$ab > 0$ 이므로 a 와 b 의 부호는 같다.
 $bc < 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 반대이다. $b > c$ 이므로 b 가 양수이고 c 가 음수가 되어야 한다.
 a 와 b 의 부호는 같다고 했으므로 a 의 부호도 양수이다. $a > 0, b > 0, c < 0$
그러므로 $a + b - c > 0$ 임을 알수있다.
 $-\frac{1}{2}(c-b-a)x < 2(a+b-c)$
 $(c-b-a)x > -4(a+b-c)$
 $-(a+b-c)x > -4(a+b-c)$
 $x < \frac{-4(a+b-c)}{-(a+b-c)} = 4$

15. 0 이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대해서 $a > b, ab < 0, bc < 0$ 의 관계일 때, $4(-a + 3b - c)x \geq 13(3b + c) - 13(a + 2c)$ 을 만족하는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

해설

$ab < 0$ 이므로 a 와 b 의 부호는 서로 다르다. $bc < 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 다르다. $a > b$ 이므로 a 가 양수이고 b 가 음수가 된다. b 와 c 의 부호가 서로 다르므로 c 의 부호는 양수이다.

즉, $a > 0, b < 0, c > 0$ 이다.

따라서 $a - 3b + c > 0$ 임을 알 수 있다.

$$4(-a + 3b - c)x \geq 13(3b + c) - 13(a + 2c)$$

$$-4(a - 3b + c)x \geq 13(-a + 3b - c)$$

$$-4(a - 3b + c)x \geq -13(a - 3b + c)$$

$$-4x \geq -13$$

$$x \leq \frac{13}{4} = 3.25$$

3.25 보다 작은 자연수이므로 1, 2, 3 이 된다.

16. 다음 부등식을 푼 것으로 틀린 것은?

① $a > 0$ 일 때, $-ax > 7a \Rightarrow x < -7$

② $a < 0$ 일 때, $-ax > 7a \Rightarrow x > -7$

③ $a > 4$ 일 때, $(a-4)x > (a-4) \Rightarrow x > 1$

④ $a < 4$ 일 때, $(a-4)x > (a-4) \Rightarrow x < 1$

⑤ $a < 4$ 일 때, $(a-4)x > -(a-4) \Rightarrow x > -1$

해설

⑤ $a < 4$

$(a-4) < 0$

$(a-4)x > -(a-4)$ 에서 양변을 $(a-4)$ 로 나누어 주면 부등호의 방향이 바뀐다. 따라서 $x < -1$ 이다.

17. 학생들의 대화를 듣고 옳지 않은 말을 한 학생을 골라라.

$a < 0$ 일 때, $ax + 5 > 10a - 5$ 를 계산한다.
과인 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.
나운 : 그럼 계산을 하면 $ax > 10a - 10$ 이 되겠네.
장호 : 일차방정식을 계산할 때처럼 a 를 양변으로 나누면
 $x > \frac{10a - 10}{a}$ 가 나오겠네.
민수 : 그러면 a 의 값에 따라 x 가 변할 수도 있는 거구나.

▶ 답 :

▷ 정답 : 장호

해설

모두 올바른 대화를 할 경우 다음과 같은 대화가 되어야 한다.

$a < 0$ 일 때, $ax + 5 > 10a - 5$ 를 계산한다.
과인 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.
나운 : 그럼 계산을 하면 $ax > 10a - 10$ 이 되겠네.
장호 : 일차방정식을 계산할 때처럼 a 를 양변으로 나눠줘야 하는데
 $a < 0$ 이니깐 부등호의 방향이 바뀌어서 $x < \frac{10a - 10}{a}$ 가 나오겠네.
민수 : 그러면 a 의 값에 따라 x 가 변할 수도 있는 거구나.

18. 다음은 학생들이 문제를 풀이하며 나눈 이야기 과정이다. 다음 중 틀린 말을 한 학생을 모두 골라라.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.
정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.
민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.
지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.
지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x < -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.
정희 : 그렇다면 $x < -18$ 이 되는구나.

- ① 정민 ② 민호 ③ 지현 ④ 지윤 ⑤ 정희

해설

학생들이 올바른 대화를 했다면 다음과 같다.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.
정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.
민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.
지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.
지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x > -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.
정희 : 그렇다면 $x > -18$ 이 되는구나.

지윤은 $a < 0$ 임을 알고 있었지만 $-a > 0$ 를 생각하지 못하고 부등호의 방향을 바꾸어 버렸다. 또 정희는 지윤의 말을 그대로 받아 $x > -18$ 이 아닌 $x < -18$ 이라고 하였다.

19. $a < -2$ 일 때, $2a - (a + 2)x < -4$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 2$

해설

$$\begin{aligned} 2a - (a + 2)x &< -4 \\ -(a + 2)x &< -2a - 4 \\ (a + 2)x &> 2a + 4 \\ \therefore x &< 2 \quad (\because a + 2 < 0) \end{aligned}$$

20. $a < -3$ 일 때, $2a - (a + 3)x < -6$ 의 해를 구하면?

- ① $x < 0$ ② $x < 1$ ③ $x < 2$ ④ $x > 1$ ⑤ $x > 2$

해설

$$\begin{aligned} 2a - (a + 3)x &< -6 \\ -(a + 3)x &< -2a - 6 \\ (a + 3)x &> 2a + 6 \\ \therefore x &< 2 \quad (\because a + 3 < 0) \end{aligned}$$

21. $4 - 2a > -2$ 일 때, $2ax - 3a \leq 6x - 9$ 의 해는?

① $x \leq \frac{3}{2}$

② $x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \leq -\frac{3}{2}$

④ $x \geq -\frac{3}{2}$

⑤ 해가 존재하지 않는다.

해설

$$4 - 2a > -2 \text{ 이므로 } a < 3$$

$$2ax - 3a \leq 6x - 9$$

$$2ax - 6x \leq 3a - 9$$

$$\therefore (2a - 6)x \leq 3a - 9$$

$$2(a - 3)x \leq 3(a - 3)$$

$$\therefore x \geq \frac{3}{2} \quad (\because a - 3 < 0)$$

22. $a > 0$ 일 때, $7 - 3ax < -5$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > \frac{4}{a}$

해설

$7 - 3ax < -5$ 에서

$-3ax < -12$

$\therefore x > \frac{4}{a}$

23. 다음 중 부등식을 푼 것으로 틀린 것은?

- ① $a > 0$ 일 때, $ax > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{a}$
- ② $a > 0$ 일 때, $ax - 4 > 0 \Rightarrow x > \frac{4}{a}$
- ③ $a < 0$ 일 때, $ax - 4 > 0 \Rightarrow x < \frac{4}{a}$
- ④ $a > 0$ 일 때, $ax + 3 > 0 \Rightarrow x > -\frac{3}{a}$
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $ax + 3 > 0 \Rightarrow x < \frac{3}{a}$

해설

⑤ $ax + 3 > 0$ 은 $ax > -3$ 이고, $a < 0$ 이므로 $\frac{1}{a} < 0$ 이고, $\frac{1}{a}$ 를 양변에 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다. 즉, $x < -\frac{3}{a}$ 이다.

24. 다음 부등식을 푼 것으로 틀린 것은?

- ① $a > 0$ 일 때, $ax > 2a \Rightarrow x > 2$
- ② $a > 0$ 일 때, $ax > -4a \Rightarrow x > -4$
- ③ $a < 0$ 일 때, $ax > -4a \Rightarrow x < 4$
- ④ $a > 0$ 일 때, $-ax > 5a \Rightarrow x < -5$
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $-ax > 5a \Rightarrow x > -5$

해설

③ $a < 0$ 이므로, $ax > -4a$ 의 양변을 a 로 나누어 주면 부등호의 부호가 바뀜으로 $x < -4$ 이다.

25. 다음은 지호, 연주, 은희가 $a < 0$ 일 때, 부등식 $5ax - 3a > 7ax + 5a$ 를 각각 풀이한 과정이다. 다음 중 옳게 푼 학생은 누구인지 골라라.

<지호>
 $a < 0$ 일 때,
 $5ax - 3a > 7ax + 5a$
 $5ax - 7ax > 5a + 3a$
 $-2ax > 8a$
 $x > -4$

<연주>
 $a < 0$ 일 때,
 $5ax - 3a > 7ax + 5a$
 $5ax - 7ax > 5a + 3a$
 $-2ax > 8a$
 $ax < -4a$
 $x < -4$

<은희>
 $a < 0$ 일 때,
 $5ax - 3a > 7ax + 5a$
 $5ax + 7ax > 5a - 3a$
 $12ax > 2a$
 $x > \frac{2}{12}$
 $x > \frac{1}{6}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 지호

해설

$5ax - 3a > 7ax + 5a$ 을 정리하면 $5ax - 7ax > 5a + 3a$ 이고 간단히 하면 $-2ax > 8a$ 이다. 양변을 -2 로 나누면 $ax < -4a$ 이고, 다시 $a < 0$ 이므로, 양변을 나누면 부등호의 방향이 다시 바뀌어야 한다. 따라서 $x > -4$ 이다. 따라서 지호의 풀이가 올바른 풀이다. 연주의 풀이는 $ax < -4a$ 에서 양변을 $a < 0$ 로 나눌 때 부등호의 방향이 바뀌지 않았다. 은희의 풀이는 $5ax - 3a > 7ax + 5a$ 를 정리하는 과정에서 하나의 항이 우변에서 좌변으로 갈 때와 좌변에서 우변으로 갈 때 $+$ 는 $-$ 로, $-$ 는 $+$ 로 바뀌지 않았다.

26. 다음은 민수, 영희, 진호가 $a < 0$ 일 때, 부등식 $3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 각각 풀이한 과정이다.

다음 중 옳게 푼 학생은 누구인지 골라라.

<민수>
 $a < 0$ 일 때,
 $3ax - 9a > 4ax - 11a$
 $3ax + 4ax > -11a + 9a$
 $7ax > -2a$
 $x < \frac{-2}{7}$

<영희>
 $a < 0$ 일 때,
 $3ax - 9a > 4ax - 11a$
 $3ax - 4ax > -11a + 9a$
 $-ax > -2a$
 $x > 2$

<진호>
 $a < 0$ 일 때,
 $3ax - 9a > 4ax - 11a$
 $3ax - 4ax > -11a + 9a$
 $-ax > -2a$
 $x < 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : 영희

해설

$3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 정리하면 $3ax - 4ax > -11a + 9a$ 이고 정리하면 $-ax > -2a$ 이다. $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이고 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 변하지 않는다. 따라서 $x > 2$ 이다. 영희의 풀이 과정이 올바른 풀이다.

민수는 $3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 정리하는 과정에서 $4ax$ 가 좌변으로 넘어갈 때 부호가 변하지 않았다.

진호는 $-ax > -2a$ 를 $-a$ 로 나누어 줄 때, $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이고 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 변하지 않아야 하는데 부등호의 방향이 변하였다.

27. $ax - 6 < 0$ 의 해가 $x > -3$ 일 때, 상수 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$ax - 6 < 0$, $ax < 6$ 의 해가 $x > -3$ 이려면 $a = -2$ 이어야 한다.

28. 부등식 $ax - 3 > x + 5$ 를 바르게 계산한 것을 고르면? (단, $a < 1$)

① $x > \frac{8}{a-1}$

② $x > \frac{a-1}{8}$

③ $x < \frac{8}{a-1}$

④ $x < -\frac{8}{a-1}$

⑤ $x < \frac{8}{a}$

해설

$$ax - 3 > x + 5$$

$$ax - x > 5 + 3$$

$$(a - 1)x > 8$$

이때, $a < 1$ 이므로 부등호의 방향이 바뀌어,

$$x < \frac{8}{a-1}$$

29. 일차부등식 $ax+2 \geq 3(4-x)+3$ 을 만족하는 가장 큰 수가 -5 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{28}{5}$

해설

$$ax+2 \geq 3(4-x)+3$$

$$ax+2 \geq 12-3x+3$$

$$ax+3x \geq 13$$

$$(a+3)x \geq 13$$

부등식을 만족하는 x 의 가장 큰 수가 -5 라면 $x \leq \frac{13}{a+3}$ 이어야

하므로

$$\frac{13}{a+3} = -5$$

$$-5a-15 = 13$$

$$-5a = 28$$

$$\therefore a = -\frac{28}{5}$$

30. 부등식 $\frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} < 0$ 을 만족하는 가장 작은 정수를 고르면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$\frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} < 0$ 의 양변에 6 을 곱하고 식을 정리하면

$$2(x-2) - 3(x-1) < 0$$

$$2x - 4 - 3x + 3 < 0$$

$$-x - 1 < 0$$

$$\therefore x > -1$$

따라서 부등식을 만족하는 가장 작은 정수는 0 이다.