

1. $x > 2$ 일 때, $2x - 5$ 의 식의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x - 5 > -1$

해설

$$\begin{aligned}x &> 2 \\2x &> 4 \\2x - 5 &> 4 - 5 \\ \therefore 2x - 5 &> -1\end{aligned}$$

2. $-1 < x < 2$ 일 때, $-2x + 3$ 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-1 < -2x + 3 < 5$

해설

$$-1 < x < 2$$

$$-1 \times (-2) > -2x > 2 \times (-2)$$

$$2 > -2x > -4$$

$$2 + 3 > -2x + 3 > -4 + 3$$

$$5 > -2x + 3 > -1$$

$$\therefore -1 < -2x + 3 < 5$$

3. $x < -3$ 일 때, $-4x + 6$ 의 식의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-4x + 6 > 18$

해설

$x < -3$ 의 양변에 -4 를 곱한다.
 $-4x > 12$ 의 양변에 6 을 더한다.
 $-4x + 6 > 12 + 6$
 $\therefore -4x + 6 > 18$

4. $x < 4$ 일 때, $-2x + 1$ 의 값의 범위는?

- ① $-2x + 1 < -7$ ② $-2x + 1 > -7$ ③ $-2x + 1 < 7$
④ $-2x + 1 > 7$ ⑤ $-2x + 1 \leq 7$

해설

$x < 4$ 의 양변에 -2 를 곱한 후 1 을 더한다.(부등호 방향에 주의한다.)

$$-2x + 1 > -7$$

5. $-6 \leq 4 - 2x < 10$ 일 때, x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x \leq -3$

③ $-1 < x \leq 4$

④ $-4 < x \leq 1$

⑤ $-3 < x \leq 5$

해설

$$\begin{aligned} & -6 \leq 4 - 2x < 10 \text{에서} \\ & -6 - 4 \leq -2x < 10 - 4, \\ & -10 \leq -2x < 6 \\ \therefore & -3 < x \leq 5 \end{aligned}$$

6. 다음 부등식을 만족하는 가장 작은 정수를 구하여라.

$$\frac{5-3x}{4} \leq \frac{2-x}{3} + 2$$

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$\frac{5-3x}{4} \leq \frac{2-x}{3} + 2$ 의 양변에 12 를 곱한다.

$$3(5-3x) \leq 4(2-x) + 24$$

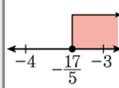
$$15-9x \leq 8-4x+24$$

$$-9x+4x \leq 32-15$$

$$-5x \leq 17$$

$$\therefore x \geq -\frac{17}{5}$$

따라서 가장 작은 정수는 -3 이다.



7. 다음 부등식을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.
 $15x - 7 < 9x + 11$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$15x - 7 < 9x + 11$$

$$15x - 9x < 11 + 7$$

$$6x < 18$$

$$\therefore x < 3$$

따라서 $x < 3$ 을 만족하는 가장 큰 정수는 2 이다.

8. $x < 4$ 일 때, $-2x + 1$ 의 값의 범위는?

- ① $-2x + 1 < -7$ ② $-2x + 1 > -7$ ③ $-2x + 1 < 7$
④ $-2x + 1 > 7$ ⑤ $-2 + 1 \leq 7$

해설

② $x < 4$
 $-2x > -8$
 $-2x + 1 > -7$

9. $-1 < 3x + 2 < 5$ 일 때, x 의 값의 범위는?

- ① $0 < x < 1$ ② $-1 < x < 2$ ③ $\frac{1}{3} < x < 1$

- ④ $-1 < x < 1$ ⑤ $1 < x < 2$

해설

$$\begin{aligned} -1 < 3x + 2 < 5 \\ -1 - 2 < 3x < 5 - 2 \\ -3 < 3x < 3 \\ \therefore -1 < x < 1 \end{aligned}$$

10. $-1 < x \leq 2$ 일 때, $a \leq -2x + 1 < b$ 이면 $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$-1 < x \leq 2$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-4 \leq -2x < 2$, 각각의 변에 1 을 더하면 $-3 \leq -2x + 1 < 3$ 이다.
따라서 $a = -3$, $b = 3$ 이므로 $(-3) + 3 = 0$ 이다.

11. $-2 < a \leq 3$ 일 때, $A \leq -\frac{1}{2}a - 3 < B$ 라고 한다. 이때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{13}{2}$

해설

$-2 < a \leq 3$ 의 각각의 변에 $-\frac{1}{2}$ 를 곱하면 $-\frac{3}{2} \leq -\frac{1}{2}a < 1$, 각각의 변에 3을 빼면 $-\frac{9}{2} \leq -\frac{1}{2}a - 3 < -2$ 이다.

따라서 $A = -\frac{9}{2}$, $B = -2$ 이므로 $A + B = (-\frac{9}{2}) + (-2) = -\frac{13}{2}$ 이다.

12. $1 \leq 1 - 2x \leq 5$ 를 만족하는 x 의 값에 대하여 $\frac{x}{3} + 2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M + m$ 의 값은?

- ㉠ $\frac{10}{3}$ ㉡ 2 ㉢ $\frac{4}{3}$ ㉣ $\frac{2}{3}$ ㉤ $-\frac{2}{3}$

해설

$1 \leq 1 - 2x \leq 5$ 의 각 변에서 1 을 빼면 $0 \leq -2x \leq 4$, 각 변을 -2 로 나누면 $-2 \leq x \leq 0$ 이 된다. $\frac{x}{3} + 2$ 의 값을 구하기 위해 $-2 \leq x \leq 0$ 의 변을 3 으로 나누면 $-\frac{2}{3} \leq \frac{x}{3} \leq 0$, 각 변에 2 를 더하면 $\frac{4}{3} \leq \frac{x}{3} + 2 \leq 2$ 가 되므로 최댓값 M 은 2, 최솟값 m 은 $\frac{4}{3}$ 이다.

$$\therefore M + m = \frac{10}{3}$$

13. $-1 < x \leq 5$ 일 때, $-2x+7$ 의 최솟값을 p , 최댓값을 q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 정수)

- ① -5 ② -3 ③ -2 ④ 5 ⑤ 6

해설

$-1 < x \leq 5$ 의 각 변에 -2 를 곱하면 $-10 \leq -2x < 2$, 각 변에 7 을 더하면 $-3 \leq -2x+7 < 9$ 이다. p, q 는 정수이므로 $p = -3$, $q = 8$ 이다.
 $\therefore p+q = 5$

14. $-9 \leq x \leq 4$ 이고 $-1 \leq y \leq 7$ 이다. $x-y$ 의 범위를 a 이상 b 이하라고 할 때 $a+b$ 의 값은?

- ① -13 ② -11 ③ -9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$-1 \leq y \leq 7$ 식에 -1 을 곱하면, $-7 \leq -y \leq 1$
 $-9 \leq x \leq 4$ 와 $-7 \leq -y \leq 1$ 을 변끼리 더하면
 $-16 \leq x-y \leq 5$ 이므로 $a = -16$, $b = 5$ 이다.
 $\therefore a+b = -11$

15. $3 < x < 5$ 일 때, $A = -2x + 7$ 의 값의 범위는?

- ① $-6 < A < -5$ ② $-6 \leq A < -5$ ③ $-3 < A < 1$
④ $-3 < A \leq 1$ ⑤ $-1 < A < 3$

해설

$3 < x < 5$ 의
각각의 변에 -2 를 곱하면 $-10 < -2x < -6$
각각의 변에 7 을 더하면 $-3 < -2x + 7 < 1$ 이다.
따라서 A 의 값의 범위는 $-3 < A < 1$ 이다.

16. $-3 \leq x < 2$ 일 때, $A = 5 - 2x$ 라면 A 의 범위는?

① $-1 \leq A < 11$ ② $-1 < A \leq 11$ ③ $-1 \leq A \leq 11$

④ $1 < A \leq 11$ ⑤ $1 \leq A \leq 11$

해설

$A = 5 - 2x$ 를 $x = \frac{5-A}{2}$ 로 변형한 후

$-3 \leq x < 2$ 에 대입하면 $-3 \leq \frac{5-A}{2} < 2$ 가 된다.

$-3 \leq \frac{5-A}{2} < 2$ 의 각 변에 2 를 곱하면 $-6 \leq 5 - A < 4$

각 변에 -5 를 더하면 $-11 \leq -A < -1$

각 변에 -1 을 곱하면 $1 < A \leq 11$ 이 된다.

17. $2 < x < 13$ 이고 $A = -2x + 7$ 일 때, A 의 범위는 $a < A < b$ 이다.

이때, 상수 a, b 의 합은?

- ① -14 ② -15 ③ -16 ④ -17 ⑤ -18

해설

$$2 < x < 13$$

$$-26 < -2x < -4 \text{ (양변에 같은 수 } -2 \text{ 를 곱한다.)}$$

$$-19 < -2x + 7 < 3 \text{ (양변에 같은 수 } 7 \text{ 을 더한다.)}$$

$$a = -19, b = 3 \text{ 이므로 } a + b = -16 \text{ 이다.}$$

18. $-1 \leq x < 3$ 일 때, $-2x + 1$ 의 값의 범위에 속하는 정수의 개수는?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

$-1 \leq x < 3$ 의 각 변에 -2 를 곱하면 $-6 < -2x \leq 2$, 각 변에 1 을 더하면 $-5 < -2x + 1 \leq 3$ 이다. 범위에 속하는 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 이다.
 \therefore 8개

19. $-1 < x \leq 3$, $A = 5 - 2x$ 일 때, 정수 A 의 개수는?

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$$-1 < x \leq 3, -2 < 2x \leq 6$$

$$-6 \leq -2x < 2$$

$$\therefore -1 \leq 5 - 2x < 7$$

따라서 정수 A 는 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의 8개이다.

20. 다음 일차부등식 중 해가 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $\frac{x}{3} > x - \frac{8}{3}$ ② $x - 3 > 2x - 7$ ③ $1 < -2x + 9$
④ $-2x > -8$ ⑤ $3x < x + 10$

해설

⑤ $2x < 10, x < 5$

21. $x > 3$ 일 때, $-2x + 5$ 의 범위를 바르게 구한 것을 고르면?

- ① $-2x + 5 > -1$ ② $-2x + 5 < 1$ ③ $-2x + 5 < 3$
④ $-2x + 5 > 3$ ⑤ $-2x + 5 < -1$

해설

양변에 -2 를 곱한 후, 5 를 더하면,
 $x > 3$
 $-2 \times x < 3 \times (-2)$
 $-2x + 5 < -6 + 5$
 $-2x + 5 < -1$

22. $-3 \leq x < 1$ 일 때, $5 - 2x$ 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3 < 5 - 2x \leq 11$

해설

$-3 \leq x < 1$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-2 < -2x \leq 6$, 각각의 변에 5 를 더하면 $3 < 5 - 2x \leq 11$ 이다.

23. $-2 < x < 3$ 일 때, $A = -3x - 2$ 이다. A의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-11 < A < 4$

해설

$-2 < x < 3$ 의
각각의 변에 -3 을 곱하면 $-9 < -3x < 6$
각각의 변에 -2 를 더하면 $-11 < -3x - 2 < 4$ 이다.
따라서 A의 범위는 $-11 < A < 4$ 이다.

24. $-1 < x \leq 5$ 일 때, $-2x+7$ 의 최솟값을 p , 최댓값을 q 라 하자. 이 때, pq 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -24

해설

$-1 < x \leq 5$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-10 \leq -2x < 2$, 각각의 변에 7 을 더하면 $-3 \leq -2x+7 < 9$ 이다.
 p, q 는 정수이므로 $p = -3, q = 8$ 이다.
 $\therefore pq = -24$

25. $1 \leq x \leq 2$, $-3 \leq y \leq 0$ 일 때, $2x - 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -12 ② -11 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$1 \leq x \leq 2$ 의 각 변에 2를 곱하면 $2 \leq 2x \leq 4$
 $-3 \leq y \leq 0$ 의 각 변에 -3을 곱하면 $0 \leq -3y \leq 9$
 $2x - 3y$ 는 $2 \leq 2x - 3y \leq 13$,
따라서 최솟값은 2, 최댓값은 13이므로 합은 15이다.

26. $-1 < x + 1 \leq 2$, $a \leq 7 - 3x < b$ 일 때, $3a - b$ 의 값은?

- ① -4 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$-1 < x + 1 \leq 2$ 에서
각 변에 1 를 빼면 $-2 < x \leq 1$
각 변에 -3 을 곱하면 $-3 \leq -3x < 6$
각 변에 7 을 더하면 $4 \leq 7 - 3x < 13$
 $a = 4$, $b = 13$ 이므로 $3a - b = 3 \times 4 - 13 = -1$ 이다.

27. $2 < x < 13$ 이고, $a < -2x + 7 < b$ 일 때, $a + 7b$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$2 < x < 13$ 의 각 변에 -2 를 곱하면 $-26 < -2x < -4$
각 변에 7 을 더하면 $-19 < -2x + 7 < 3$
 $a = -19$, $b = 3$ 이므로 $a + 7b = -19 + 21 = 2$ 이다.

28. $-3 < a < 7$, $-4 < b < -1$ 일 때, $a-b$ 의 범위는?

- ① $-2 < a-b < 11$ ② $1 < a-b < 8$
③ $-3 < a-b < 11$ ④ $-7 < a-b < 8$
⑤ $-1 < a-b < 11$

해설

$-4 < b < -1$ 에서 각 변에 -1 을 곱하면 $1 < -b < 4$,
 $-3 < a < 7$ 과 $1 < -b < 4$ 를 변끼리 더하면 $-2 < a-b < 11$
이다.

29. $-11 < 3a - 5 < 7$, $-5 < 2b + 9 < -1$ 일 때, $a - b$ 의 범위는?

① $-9 < a - b < 3$

② $-3 < a - b < 3$

③ $-9 < a - b < -1$

④ $3 < a - b < 11$

⑤ $-3 < a - b < 11$

해설

$-11 < 3a - 5 < 7 \rightarrow -2 < a < 4 \cdots \textcircled{1}$

$-5 < 2b + 9 < -1 \rightarrow -7 < b < -5 \cdots \textcircled{2}$ 이라 하면

$\textcircled{2}$ 에서 각각의 변에 -1 을 곱하면

$5 < -b < 7 \cdots \textcircled{3}$ 이다.

따라서 $\textcircled{1} + \textcircled{3}$ 을 하면 $3 < a - b < 11$ 이다.

31. x 에 관한 방정식 $4x + 2a = 6$ 의 해가 3보다 크지 않다고 할 때, a 의 범위를 구하면?

① $a \geq 0$

② $a \geq -1$

③ $a \geq -2$

④ $a \geq -3$

⑤ $a \geq -4$

해설

$4x + 2a = 6$ 을 x 에 관하여 정리하면 $x = \frac{3-a}{2}$ 이다.

$$\frac{3-a}{2} \leq 3$$

$$3-a \leq 6$$

$$-a \leq 6-3$$

$$-a \leq 3$$

$$\therefore a \geq -3$$

32. $-1 \leq -3a + 5 < 2$ 일 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $1 < a \leq 2$

해설

$$\begin{aligned} -1 - 5 &\leq -3a + 5 - 5 < 2 - 5 \\ -6 &\leq -3a < -3 \\ -\frac{6}{(-3)} &\geq -\frac{3a}{(-3)} > -\frac{3}{(-3)} \\ \therefore 1 &< a \leq 2 \end{aligned}$$

33. $2 < a < 7$, $-3 < b < 4$ 이고 $A = \frac{5}{a} - b$ 일 때, A 값의 범위 중 최솟값을 구하여라.

(단, A 는 정수)

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$2 < a < 7$ 에서 $\frac{1}{7} < \frac{1}{a} < \frac{1}{2}$ 이므로

각 변에 5를 곱하면 $\frac{5}{7} < \frac{5}{a} < \frac{5}{2}$

$-3 < b < 4$ 에서 각 변에 -1 을 곱하면

$3 > -b > -4$ 이므로 $-4 < -b < 3$

두 식을 더하면

$-\frac{23}{7} < \frac{5}{a} - b < \frac{11}{2}$ 이므로 $-\frac{23}{7} < A < \frac{11}{2}$

즉, A 값의 범위 중 최소 정수의 값은 -3 이다.