

1. 다음과 같이 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

분수	소수	순환마디	간단히 나타내기
$\frac{4}{15}$	0.2666...	6	$0.2\dot{6}$
(1) $\frac{2}{3}$			
(2) $\frac{5}{12}$			
(3) $\frac{7}{11}$			

▶ 답:

▷ 정답: 풀이참조

해설

분수	소수	순환마디	간단히 나타내기
$\frac{4}{15}$	0.2666...	6	$0.2\dot{6}$
(1) $\frac{2}{3}$	0.666...	6	$0.\dot{6}$
(2) $\frac{5}{12}$	0.41666...	6	$0.41\dot{6}$
(3) $\frac{7}{11}$	0.636363...	63	$0.\dot{6}\dot{3}$

2. 다음 분수를 순환소수로 나타낼 때, 순환마디 개수가 가장 많은 것은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{3}{11}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, 1 개

② $\frac{3}{7} = 0.428571$, 6 개

③ $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$, 1 개

④ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$, 2 개

⑤ $\frac{4}{9} = 0.\dot{4}$, 1 개

따라서 순환마디 개수가 가장 많은 것은 ②이다.

3. 분수 $\frac{13}{9}$ 을 소수로 바르게 나타낸 것은?

- ① 1.4 ② 1.5 ③ 1.45 ④ 1.54 ⑤ 1.45

해설

$$13 \div 9 = 1.4444 \dots = 1.\dot{4}$$

4. 분수 $\frac{11}{6}$ 을 소수로 바르게 나타낸 것은?

- ① 1.8 ② 1.08 ③ 1.83 ④ 1.8 $\bar{3}$ ⑤ 1.803

해설

$$11 \div 6 = 1.83333 \dots = 1.8\bar{3}$$

5. 자연수 a 에 대하여 분수 $\frac{7}{18a}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 셋째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\frac{7}{18a}$ 가 소수점 아래 셋째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 36 이 되어야 한다.

$$\frac{7}{18a} = \frac{7}{36} = 0.19\bar{4}$$

따라서 a 의 최솟값은 2

6. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

- ① $\frac{1}{3} = 0.3\dot{3}$ ② $\frac{2}{3} = 0.\dot{7}$ ③ $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}714$
④ $\frac{3}{11} = 0.27\dot{2}$ ⑤ $\frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$
③ $\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142$, ④ $\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.2\dot{7}$

7. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 구하여라.

$\textcircled{\text{㉠}} \frac{2}{3} = 0.6\dot{6}$	$\textcircled{\text{㉡}} \frac{5}{6} = 0.838\dot{3}$
$\textcircled{\text{㉢}} \frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$	$\textcircled{\text{㉣}} \frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$
$\textcircled{\text{㉤}} \frac{11}{13} = 0.\dot{8}4615\dot{4}$	

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉣

해설

$\textcircled{\text{㉠}} 0.\dot{6}$ $\textcircled{\text{㉡}} 0.8\dot{3}$ $\textcircled{\text{㉢}} 0.\dot{8}4615\dot{3}$

8. 다음 분수를 순환소수로 나타낼 때, 순환마디 개수가 가장 많은 것의 기호를 써라.

㉠ $\frac{2}{3}$	㉡ $\frac{4}{7}$	㉢ $\frac{1}{6}$	㉣ $\frac{4}{11}$	㉤ $\frac{3}{11}$
-----------------	-----------------	-----------------	------------------	------------------

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

㉠. $\frac{2}{3} = 0.\dot{6}$, 순환마디 1 개

㉡. $\frac{4}{7} = 0.57142\dot{8}$, 순환마디 6 개

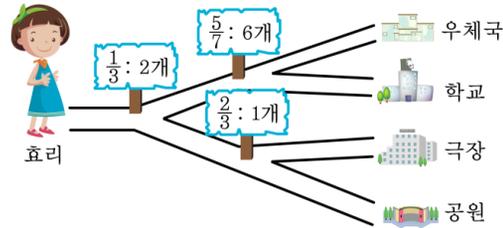
㉢. $\frac{1}{6} = 0.1\dot{6}$, 순환마디 1 개

㉣. $\frac{4}{11} = 0.3\dot{6}$, 순환마디 2 개

㉤. $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$, 순환마디 2 개

따라서 순환마디 개수가 가장 많은 것은 ㉡이다.

9. 효리는 길을 가다가 갈림길을 만났을 때, 갈림길의 이정표에 적힌 순환마디의 숫자의 개수가 맞으면 왼쪽으로 가고, 틀리면 오른쪽으로 간다고 한다. 효리가 도착하는 곳은 어디인지 구하여라. (단, 이정표는 분수와 그 분수를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디의 숫자의 개수를 나타낸 것이다.)



▶ 답:

▷ 정답: 극장

해설

$\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, 순환마디는 1 개이므로 오른쪽으로 가고,
 $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$, 순환마디는 1 개이므로 왼쪽으로 간다.
 따라서 효리가 도착하는 곳은 극장이다.

10. 분수 $\frac{17}{6}$ 을 소수로 나타내면?

- ① 2.803 ② 2.803 ③ 2.803 ④ 2.83 ⑤ 2.83

해설

$$17 \div 6 = 2.83333 \dots = 2.8\bar{3}$$

11. 다음 분수 $\frac{2}{33}$ 을 소수로 나타내면?

- ① $0.\dot{6}$ ② $0.0\dot{6}$ ③ $0.\dot{0}\dot{6}$ ④ $0.\dot{6}\dot{0}$ ⑤ $0.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$2 \div 33 = 0.060606 \dots = 0.\dot{0}\dot{6}$$

12. 자연수 a 에 대하여 $\frac{16}{11a}$ 이 기약분수이고, $x = (99.9 - 0.9) \times \frac{16}{11a}$ 의 값이 자연수일 때, x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(99.9 - 0.9) = 100 - 1 = 99$$

$x = 99 \times \frac{16}{11a}$ 에서 x 가 자연수이므로 a 가 최대일 때, x 는 최소가 된다.

x 가 최솟값을 가지려면 $a = 9$ 일 때, $x = 16$

13. 1보다 큰 자연수 a 에 대하여 $b = (999.\dot{9} - 99.9) \times \frac{13}{100 \times a}$ 의 값이 1보다 큰 자연수일 때, a 의 최댓값을 x 라 하고 최솟값을 y 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$(999.\dot{9} - 99.9) = 1000 - 100 = 900$$

$$b = 900 \times \frac{13}{100 \times a} = \frac{9 \times 13}{a}$$

$b = \frac{9 \times 13}{a}$ 은 1보다 큰 자연수이므로

a 의 최댓값은 $13 \times 3 = 39$ 이고 최솟값은 3이다.

$$\therefore x - y = 36$$

14. 자연수 x 에 대하여 분수 $\frac{8}{45x}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$\frac{8}{45x}$ 이 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 9000 이 되어야 한다.

$$\frac{8}{45x} = \frac{8}{9000} = \frac{1}{1125} = 0.000\bar{8}$$

따라서 x 의 최솟값은 25

15. 기약분수 $\frac{x}{18}$ 를 소수로 나타내면, 0.72222... 일 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 17

해설

$$\textcircled{4} \quad 0.72222\dots = 0.7\dot{2} = \frac{72 - 7}{90} = \frac{65}{90} = \frac{13}{18}, x = 13$$

16. 기약분수 $\frac{13}{x}$ 을 소수로 나타내면, $0.21666\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 25 ② 30 ③ 41 ④ 55 ⑤ 60

해설

$$\textcircled{5} \quad 0.21666\cdots = 0.21\dot{6} = \frac{216 - 21}{900} = \frac{195}{900} = \frac{13}{60}$$

17. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분모를 잘못 보아 $2.\dot{3}$ 으로 나타내고, B 는 분자를 잘못 보아 $0.5\dot{9}$ 로 나타내었다. 처음의 분수를 소수로 나타내면?

- ① 0.6 ② 0.8 ③ 1.2 ④ 1.4 ⑤ 1.6

해설

$$2.\dot{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} \therefore \text{분자} : 7$$

$$0.5\dot{9} = \frac{59-5}{90} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \therefore \text{분모} : 5$$

따라서 처음 분수를 소수로 나타내면 $\frac{7}{5} = 1.4$ 이다.

18. 기약분수 $\frac{n}{m}$ 을 순환소수로 고치는데 기영이는 분모를 잘못 봐서 $1.\dot{1}8$ 이 되었고, 민경이는 분자를 잘못 봐서 $1.91\dot{6}$ 이 되었다. 옳은 답의 순환마디는?

① 3 ② 8 ③ 24 ④ 083 ⑤ 83

해설

$$\text{기영: } 1.\dot{1}8 = \frac{118-1}{99} = \frac{117}{99} = \frac{13}{11}$$

따라서 분자는 13 이다.

$$\text{민경: } 1.91\dot{6} = \frac{1916-191}{900} = \frac{23}{12}$$

따라서 분모는 12 이다.

그러므로 기약분수 $\frac{n}{m}$ 은 $\frac{13}{12}$ 이고

$\frac{13}{12} = 1.083333\dots$ 순환마디는 3 이다.

19. 기약분수 $\frac{x}{12}$ 를 소수로 나타내면 $0.41666\dots$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} 0.41666\dots &= 0.41\dot{6} = \frac{375}{900} \\ \frac{375}{900} &= \frac{x}{12} \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

20. 분수 $\frac{x}{900}$ 를 소수로 나타내면 $0.52444\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 472

해설

$$\begin{aligned} 0.52444\cdots &= 0.52\bar{4} = \frac{472}{900} \\ \frac{472}{900} &= \frac{x}{900} \\ \therefore x &= 472 \end{aligned}$$

21. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{6}$ 을 만족하는 x 의 값을 순환소수로 나타내면?

- ① 0.83 ② 0.8 $\dot{3}$ ③ 0.8 $\ddot{3}$ ④ 0.88 ⑤ 0.88

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} \\ &= -x + 1\end{aligned}$$

이므로 주어진 방정식은 $-x + 1 = \frac{1}{6}$ 이다.

따라서 $x = \frac{5}{6} = 0.83333\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 0.8 $\dot{3}$ 이다.

22. 자연수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면

$0.\overline{xyz}$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 27

▷ 정답: 37

▷ 정답: 111

▷ 정답: 333

▷ 정답: 999

해설

순환소수 $0.\overline{xyz}$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.

이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.

그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.

따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.