

1. 분수 $\frac{a}{30}$ 와 $\frac{a}{28}$ 가 유한소수일 때, 자연수 a 값을 모두 구하여라. (단 $0 < a < 50$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

▷ 정답 : 42

해설

$$\frac{a}{30} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5}, \frac{a}{28} = \frac{a}{2^2 \times 7}$$

모두 유한소수가 되려면

분모에 소인수가 2 또는 5 뿐 이여야 하므로 a 는 21의 배수이어야 한다.

2. 분수 $\frac{18}{2^2 \times x \times 5}$ 을 소수로 나타내면 순환소수가 된다고 한다. x 값이 될수 있는 것은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

x 가 8, 5 이면 유한소수

x 가 6 이면 $\frac{3}{2^2 \times 5}$ 이 되어 유한소수

x 가 9 이면 $\frac{1}{2 \times 5}$ 로 유한소수

순환소수가 되려면 $x = 7$

3. 다음 안에 알맞은 수를 써넣어라.
- $\frac{11}{252} \times A$ 가 유한소수가 되려면, A 는 의 배수이어야 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$$\frac{11}{252} = \frac{11}{2^2 \times 3^2 \times 7}$$

유한소수가 되려면 $3^2 \times 7$ 이 약분되어야 하므로 A 는 $3^2 \times 7$ 의 배수이어야 한다.

4. 분수 $\frac{21}{270} \times \square$ 가 유한소수가 될 때, $\square$ 값을 모두 골라라.

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 18

해설

$\frac{21}{270} = \frac{7}{90} = \frac{7}{2 \times 3^2 \times 5}$ 에서 유한소수가 되려면 3^2 이 약분되어야 하므로 A 는 3^2 의 배수이어야 한다.

5. $\frac{\square}{180}$ 가 유한소수로 나타내어질 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 것은?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$\frac{\square}{180} = \frac{\square}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되기 위해서는 3^2 이 약분되어야 하므로 $\square$ 는 9의 배수이다.

6. $\frac{A}{350}$ 가 유한소수로 나타내어질 때, A 가 될 수 있는 가장 작은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{A}{350} = \frac{A}{2 \times 5^2 \times 7}$ 가 유한소수가 되기 위해서는 7 이 약분되어야 하므로
 A 는 7 의 배수이다.
 $\therefore A = 7$

7. 소수로 나타내면 유한소수가 되는 유리수 $\frac{5a}{360}$ 가 있다. a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{5a}{360} = \frac{a}{72} = \frac{a}{2^3 \times 3^2}$ 일 때, a 는 9 이어야 분모의 소인수가 2 또는 5 로 된다.

8. $\frac{1}{2^3 \times 5 \times 7} \times \square$ 가 유한소수로 나타내어질 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 한다. 따라서 7 을 약분하려면 $\square$ 안에는 7 의 배수가 들어가야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 7 이다.

9. $\frac{1}{2^2 \times 5 \times 13} \times \square$ 가 유한소수로 나타내어질 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 한다. 따라서 13 을 약분하려면 $\square$ 안에는 13의 배수가 들어가야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 13 이다.

10. 분수 $\frac{6}{2^2 \times 3^2 \times 7} \times a$ 는 유한소수로 나타낼 수 있다. 이때, 가장 작은 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

유한소수는 분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어진다.
분자가 2×3 이므로, 약분하면 분모에 남는 수는 $2 \times 3 \times 7$ 이다.
유한소수로 만들기 위해서는 분모의 3, 7이 약분되어야 하므로
 $a = 3 \times 7 = 21$ 이 되어야 한다.

11. $\frac{5}{360}$ 에 가장 작은 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려고 한다. 이때, 가장 작은 자연수를 구하여라.

- ① 3
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$\frac{5}{360} = \frac{5}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{1}{2^3 \times 3^2}$ 이므로 가장 작은 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려면 9를 곱하면 된다.

12. 다음 두 조건을 만족하는 자연수 x 는 모두 몇 개인가?

- i) $1 \leq x \leq 100$
ii) $\frac{x}{210}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

- ① 4개
- ② 6개
- ③ 8개
- ④ 14개
- ⑤ 33개

해설

$\frac{x}{210} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 이므로 $x = 21$ 의 배수이다.
따라서 21, 42, 63, 84 의 4 개이다.

13. a 가 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 값을 가질 때, 분수 $\frac{a}{150}$ 가 유한소수가 되도록 하는 a 의 값의 합은?

① 3

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 16

해설

$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2}$ 가 유한소수가 되기 위해서는

a 는 3의 배수이어야 하므로 $a = 3, 6$ 이다.

$\therefore 3 + 6 = 9$

14. $\frac{5}{144} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 18 ⑤ 36

해설

기약분수로 나타낼 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수가 된다.

$$\frac{5}{144} \times A = \frac{5}{2^4 \times 3^2} \times A$$

유한소수가 되려면 A 는 9의 배수이고, 가장 작은 자연수는 9이다.

15. 분수 $\frac{33}{2^3 \times 5^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때, a 값 중 가장 작은 자연수는? (단 $a \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이어야 하므로 가장 작은 수 a 는 2

16. 유리수 $\frac{a}{30}$ 가 유한소수가 되기 위한 최소의 자연수 a 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{a}{2 \times 3 \times 5}$ 가 유한소수가 되려면
 a 는 3 이어야 한다.

17. 유리수 $\frac{35}{200a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라. (단, a 는 두 자리 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{35}{200a} = \frac{7}{2^3 \times 5a}$$

분모가 2 또는 5 의 곱으로 이루어져 있으면 유한소수로 나타낼 수 있으므로 $a = 10$ 이다.

18. $\frac{1}{12} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{12} \times A = \frac{1}{2^2 \times 3} \times A$ 이므로 3 을 약분할 수 있으려면 A 는 3 의 배수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수는 3 이다.

19. $\frac{18}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} \times N$ 이 유한소수로 나타내어 질 때, N의 값 중에서 가장 작은 자연수는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\frac{18}{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 11}$ 이므로 N의 값은 11의 배수가 들어가야 한다.
따라서 가장 작은 수는 11이다.

20. 유리수 $\frac{21a}{126}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이 때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하면?

① 3 ② 9 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

해설

$$\frac{21a}{126} = \frac{3 \times 7 \times a}{2 \times \cancel{7} \times 9} = \frac{a}{2 \times 3}$$

유한소수가 되려면 분모에 2또는 3만 있어야하므로
 $a = 3$

21. $\frac{5}{2^2 \times 3 \times 11}$ 에 어떤 수 a 를 곱하여 유한소수를 만들 때, 가장 작은 자연수 a 는?

- ① 3 ② 4 ③ 11 ④ 12 ⑤ 33

해설

유한소수는 기약분수일 때, 분모에 2 와 5 뿐이어야 한다.
그러므로 3×11 이 없어져야 하므로 33 이다

22. $\frac{12}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 에 자연수 a 를 곱한 결과는 유한소수로 나타낼 수 있다고 한다. 다음 중 a 의 값으로 적당한 것은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{12}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times a = \frac{1}{3 \times 5} \times a$ 가 유한소수가 되기 위해서는 a 는 3의 배수이어야 한다.
따라서 3의 배수인 것은 ③이다.

23. 분수 $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때, a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ① 3
- ② 7
- ③ 14
- ④ 36
- ⑤ 42

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 유한소수이기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다. 그런데 분자에 $21 = 3 \times 7$, 즉 소인수 3과 7이 있으므로 분모에 2나 5이외에 3 또는 7이 하나씩 더 있어도 유한소수로 나타낼 수 있다.

- ① $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 3} = \frac{7}{2^2 \times 5}$ (유한소수)
- ② $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{2^2 \times 5}$ (유한소수)
- ③ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 14} = \frac{3}{2^3 \times 5}$ (유한소수)
- ④ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 36} = \frac{7}{2^4 \times 3 \times 5}$ (무한소수)
- ⑤ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 42} = \frac{1}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

24. 유리수 $\frac{14}{2 \times 5 \times a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

$\frac{14}{2 \times 5 \times a} = \frac{2 \times 7}{2 \times 5 \times a} = \frac{7}{5 \times a}$ 이므로 분모의 a 의 값으로 2, 5는 적당하다.
또한 분자의 7과 약분 가능하므로 a 의 값으로 7, 14도 된다.

25. 분수 $\frac{a}{30}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 10보다 작은 자연수 중에서 a 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{a}{30} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5}$ 이고 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 하므로 a 는 3의 배수이어야 한다. 따라서 a 가 될 수 있는 수는 3, 6, 9이다.

26. $\frac{9}{16}$ 를 유한소수로 나타내는 과정이다.
 $\frac{9}{16} = \frac{9}{2^4} = \frac{9 \times A}{2^4 \times A} = \frac{B}{10^C}$ 라 할 때 $B - A + C$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5004

해설

$$\begin{aligned} \frac{9}{16} &= \frac{9}{2^4} \text{의 분자, 분모에 } 5^4 \text{을 곱하면} \\ \frac{9 \times 5^4}{2^4 \times 5^4} &= \frac{5625}{10000} = \frac{5625}{10^4} \\ \therefore A &= 5^4 = 625, B = 5625, C = 4 \\ B - A + C &= 5625 - 625 + 4 = 5004 \end{aligned}$$

27. 두 분수 $\frac{a}{42}, \frac{a}{180}$ 가 유한소수일 때, a 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.
(단, a 는 세 자리 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 126

해설

$$\frac{a}{42} = \frac{a}{2 \times 3 \times 7}, \frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$$

∴ a 는 세 자리인 $3^2 \times 7 = 63$ 의 배수이어야하므로 126

28. 분수 $\frac{x}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 가 보기의 조건을 모두 만족할 때, x 의 값 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

보기

- ① 소수로 나타내면 유한소수가 된다.
- ② x 는 2 와 3 의 공배수이다
- ③ $100 \leq x \leq 200$

▶ 답 :

▷ 정답 : 168

해설

$\frac{x}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$: 유한소수이려면 x 는 21 의 배수
조건 ②에 의해 6 의 배수이어야 하므로
 x 는 $100 \leq x \leq 200$ 인 42 의 배수인 126, 168 이다.

29. $\frac{3}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{3}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 무한소수가 되기 위해서는 분모에 2, 5 이외의 소인수가 있어야 하는데, 그런 수에는 3, 7, 11, 13, ... 등이 있으나, 이 중에 3 은 분자의 3 과 약분되어 답은 7 이다.

30. 분수 $\frac{7}{2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 7 ③ 14 ④ 16 ⑤ 21

해설

$21 = 7 \times 3$, 분모에 3 이 있으므로 무한소수가 된다.

31. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 개수는?

- ㉠ $100 \leq x \leq 200$

㉡ $\frac{x}{85}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$85 = 5 \times 17$ 이므로 x 는 17 의 배수이다.
 $100 \leq x \leq 200$ 사이의 17 의 배수는 102, 119, $\dots$, 187 모두 6 개 이다.

32. $\frac{A}{420}$ 가 유한소수로 나타내어질 때, A 가 될 수 있는 자연수 중에서 100에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 105

해설

$\frac{A}{420} = \frac{A}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되기 위해서는 3×7 이 약분되어야 하므로
 A 는 21의 배수이다.
 $\therefore$ 100에 가장 가까운 21의 배수는 105

33. 분수 $\frac{1}{2 \times 5^2 \times x}$ 이 유한소수가 된다고 할 때, 다음 중에서 x 가 될 수 없는 것을 모두 찾아라.

2, 4, 6, 8, 10, 12

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

해설

x 가 2, $4 = 2^2$, $10 = 2 \times 5$ 일 경우 유한소수가 된다.

34. $0 < \frac{x}{15} < 1$ 인 유리수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.(단, x 는 자연수)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{x}{15} = \frac{x}{3 \times 5}$ 가 유한소수이고 1보다 작은 수이므로 $x = 3, 6, 9, 12$ 의 4개이다.

35. $\frac{7}{2 \times a}$ 를 소수로 나타낼 때 유한소수가 되도록 하려고 한다. a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ① 14 ② 21 ③ 25 ④ 56 ⑤ 70

해설

유한소수가 되려면 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.
그 외의 소인수를 갖는 것을 찾으면 되므로 ②이다.

36. $\frac{35}{900}$ 에 어떤 자연수 n 을 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, n 의 값 중 가장 작은 것은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{35}{900} = \frac{7}{180} = \frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5}$$

$\frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times n$ 이 유한소수가 되려면 3^2 이 약분되어야 하므로 n 은 3^2 의 배수이어야 한다.

$n = 9$

37. $\frac{51}{90}$ 에 어떤 자연수 A 를 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, A 의 값이 될 수 없는것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 6
- ② 5
- ③ 9
- ④ 15
- ⑤ 17

해설

$\frac{51}{90} = \frac{17}{30} = \frac{17}{2 \times 3 \times 5}$
 $\frac{17}{2 \times 3 \times 5} \times A$ 가 유한소수가 되려면 3이 약분되어야 하므로 A 는 3의 배수이어야 한다.
5와 17은 3의 배수가 아니므로 유한소수가 될 수 없다.

38. 유리수 $\frac{a}{140}$ 가 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 최댓값을 구하여라.
(단, a 는 100 이하의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 98

해설

$\frac{a}{140} = \frac{a}{2^2 \times 5 \times 7}$ 에서 유한소수가 되려면 a 는 7의 배수
100 이하의 7의 배수 중 가장 큰 수는 98이다.

39. 분수 $\frac{a}{180}$ 가 유한소수가 되도록 하는 a 의 값을 구하여라. (단, $10 < a < 20$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되려면 a 는 9 의 배수
 $10 < a < 20$ 인 9 의 배수 $a = 18$

40. $\frac{3 \times a}{720}$ 가 유한소수일 때, a 의 값으로 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 15

해설

$\frac{3 \times a}{720} = \frac{3 \times a}{2^4 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^4 \times 3 \times 5}$ 이므로 이것이 유한소수가 되기 위해서는 a 는 3 의 배수이어야 한다.
따라서 보기 중 3 의 배수인 것은 3, 6, 15

41. 두 자리 자연수 a 에 대하여 $\frac{a}{70}$ 이 유한소수일 때, 다음 중 a 의 값을 모두 구하면?

① 7 ② 14 ③ 23 ④ 35 ⑤ 48

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 보기 중 두 자리 자연수이고 7 의 배수인 것은 14 , 35 이다.

42. 두 분수 $\frac{5}{6} \times a$, $\frac{99}{63} \times a$ 모두 유한소수가 된다고 할 때, 이를 만족하는 가장 작은 자연수 a 의 값은?

① 3 ② 7 ③ 9 ④ 18 ⑤ 21

해설

$$\frac{5}{6} \times a, \frac{33}{63} \times a \text{에서 } \frac{5}{2 \times 3} \times a, \frac{3 \times 11}{3^2 \times 7} \times a$$

두 분수가 유한소수가 되려면 3과 7의 배수이므로
3과 7의 공배수 중 가장 작은 수는 21이다.

43. 분수 $\frac{a}{2^3 \times 5 \times 7}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 두 자리의 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 7}$ 에서 a 는 7의 배수이어야 하므로 두 자리 자연수 중 가장 작은 수는 14이다.

44. A 가 자연수일 때, $\frac{11}{90} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다.
이때, 가장 작은 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{11}{90} = \frac{11}{2 \times 3^2 \times 5}$ 의 분모의 인수가 2나 5뿐이어야 하므로 A 는 9의 배수이고 가장 작은 수는 9이다.

45. $\frac{23}{150} \times x$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, x 에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 5 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$\frac{23}{150} \times x = \frac{23}{2 \times 3 \times 5^2} \times x$ 에서 유한소수이므로
 $x = 3$ 의 배수이면서 가장 작은 자연수는 3이다.

46. A 는 200 이하의 자연수이고 $\frac{A}{65}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되도록 하는 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12개

해설

$\frac{A}{65} = \frac{A}{5 \times 13}$ 이므로 A 는 13의 배수이어야 한다.
그런데 13의 배수 중 65의 배수가 되는 것은 정수가 되므로 제외한다.
200 이하의 자연수 중, 13의 배수는 15개 이고 65의 배수는 3개이므로
 A 의 개수는 $15 - 3 = 12$ 개이다.

47. 분수 $\frac{\square}{2 \times 5^2 \times 3 \times 7}$ 이 유한소수로 나타내어진다고 할 때, 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 자연수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 21

해설

유한소수로 나타내기 위해서는 분모가 2 나 5 로만 이루어져야 한다.
따라서 분모의 3 과 7 을 인수로 가진 수를
보기에서 고르면 ⑤이다.

48. $\frac{21}{2 \times 5 \times a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. a 가 10 이하의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든 a 의 값들의 합은?

① 40 ② 46 ③ 48 ④ 50 ⑤ 55

해설

$\frac{21}{2 \times 5 \times a}$ 가 유한소수가 되기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로 a 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10이 되어야 한다.
따라서 합은 46이다.

49. $\frac{24}{63 \times 5} \times 3 \times a$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. a 가 $20 \leq a \leq 30$ 의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

$\frac{24}{63 \times 5} \times 3 \times a = \frac{2^3 \times 3}{3^2 \times 7 \times 5} \times 3 \times a$ 이므로 유한소수가 되기 위해서는 a 는 7의 배수가 되어야 한다.
20 과 30 사이에 7 의 배수는 21, 28이므로 모든 a 값의 합은 $21 + 28 = 49$ 이다.

50. 유리수 $\frac{3}{5^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 10 미만의 자연수 중에서 a 의 값으로 적당한 것을 모두 구하여 합하면 그 값은 얼마인가?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

$\frac{3}{5^2 \times a}$ 이 유한소수가 되면서 $1 \leq a < 10$ 이어야 하므로 a 는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8이다.
따라서 이 수들의 총 합은 29이다.

51. 두 분수 $\frac{29}{180}$ 와 $\frac{8}{175}$ 에 같은 자연수 A 를 곱하여 모두 유한소수가 되도록 하려고 한다. 이 때, 가장 작은 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\frac{29}{180} = \frac{29}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 9의 배수를 곱해야 하고,

$\frac{8}{175} = \frac{8}{7 \times 5^2}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 7의 배수를 곱해야 한다.

따라서 A 는 9와 7의 최소 공배수이므로 63이다.

52. 두 분수 $\frac{10}{252}$ 과 $\frac{7}{135}$ 에 같은 자연수 A 를 곱하여 모두 유한소수가 되도록 하려고 한다. 이 때, 가장 작은 자연수 A 는?

① 3^2

② $3^2 \times 7$

③ 3^3

④ $3^3 \times 7$

⑤ $3^2 \times 7^2$

해설

$$\frac{10}{252} = \frac{2 \times 5}{2^2 \times 3^2 \times 7} \text{ 는 } 3^2 \times 7 \text{ 의 배수이고,}$$

$$\frac{7}{135} = \frac{7}{3^3 \times 5} \text{ 은 } 3^3 \text{ 의 배수이어야 한다.}$$

따라서 A 는 $3^2 \times 7$ 과 3^3 의 최소 공배수이므로 $3^3 \times 7$ 이다.

53. 다음 두 조건을 모두 만족하는 자연수 a 의 값들의 합을 구하면?

(가) $1 < a < 10$

(나) $\frac{1}{a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수이다.

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$\frac{1}{a}$ 이 유한소수가 되려면, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.
 $1 < a < 10$ 조건을 만족해야 하므로 $a = 2, 4, 5, 8$ 이 된다.
따라서, 자연수 a 의 값들의 합은 19가 된다.

54. 분수 $\frac{x}{420}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이 때, 두 자리의 수 중에서 가장 작은 수 x 는?

① 21 ② 81 ③ 84 ④ 96 ⑤ 99

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 x 가 최소한 3×7 은 약수로 가져야하므로 x 는 21 의 배수
21 의 배수인 두자리 수 중에서 가장 작은 수는 21 이다.
 $\therefore x = 21$

55. 두 분수 $\frac{x}{60}$, $\frac{x}{108}$ 가 유한소수일 때, x 의 값 중 가장 큰 자연수를 구하여라. (단, x 는 두 자리 수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$\frac{x}{60} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 5}$, $\frac{x}{108} = \frac{x}{2^2 \times 3^3}$ 유한소수가 되려면
 x 는 3^3 의 배수 중 가장 큰 두 자리 수
 $\therefore x = 81$

56. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 60 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{60}$

해설

$\frac{1}{2} = \frac{30}{60} < \frac{x}{60} < \frac{3}{5} = \frac{36}{60}$ 을 만족하는 x 는 $30 < x < 36$ 인 3 의 배수이어야 한다.

57. 분수 $\frac{3}{2 \times a}$ 를 분수로 나타내면 무한소수가 된다. 다음 중 a 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

a 에 7 을 대입하면 $\frac{3}{2 \times a} = \frac{3}{2 \times 7}$ 로 분모에 7 이 있으므로 무한소수

②, ③는 대입하면 당연히 소인수가 2 또는 5 밖에 될 수 없으므로 유한소수이다.

① $\frac{3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$ 이므로 유한소수, ④ $\frac{3}{2 \times 6} = \frac{1}{2^2}$ 이므로 유한소수

58. 분수 $\frac{7}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 자연수 a 의 값을 모두 구하여라. (단, $15 \leq a \leq 30$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 20

▷ 정답 : 25

▷ 정답 : 28

해설

$\frac{7}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 유한소수가 되려면, $15 \leq a \leq 30$ 에서 a 의 값은 2 나 5의 거듭제곱과 그 곱으로만 이루어지거나 28 이어야 한다.
즉, $a = 16, 20, 25, 28$

59. 두 유리수 $\frac{5}{84}$, $\frac{49}{45}$ 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 두 수 모두 유한 소수가 되게 하려고 할 때, a 의 값은?

- ① 9 ② 21 ③ 63 ④ 108 ⑤ 189

해설

$\frac{5}{84} = \frac{5}{2^2 \times 3 \times 7}$, $\frac{49}{45} = \frac{7^2}{3^2 \times 5}$ 이므로
가장 작은 자연수 a 는 $3^2 \times 7$

60. $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 무한소수가 되기 위해서는 분모에 2, 5 이외의 소인수가 있어야 하는데, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 9이다.

61. 분수 $\frac{7}{5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 20

해설

$12 = 2^2 \times 3$, 3 이 있으므로 무한소수가 된다.

62. $\frac{a}{48}, \frac{a}{112}$ 가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$$

$$\frac{a}{112} = \frac{a}{2^4 \times 7}$$

유한소수가 되려면 a 는 21 의 배수

63. 분수 $\frac{1}{2^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. 10 보다 작은 자연수 중 a 의 값으로 적당한 수의 합은?

① 10 ② 14 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

무한소수가 되기 위해서는 2, 5 이외의 소인수가 분모에 존재해야 하므로, 3, 6, 7, 9 가 될 수 있다.

$$\therefore 3 + 6 + 7 + 9 = 25$$

64. 다음 두 조건을 동시에 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

- ㉠ $1 \leq x \leq 100$
- ㉡ $\frac{x}{78}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 2 개

해설

$78 = 2 \times 39$ 이므로 x 는 39의 배수이다.
 $1 \leq x \leq 100$ 인 39의 배수는 39와 78이다.

65. A 가 자연수일 때, $\frac{35}{84} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{35}{84} = \frac{5 \times 7}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2^2 \times 3}$$
$$\therefore A = 3$$

66. $\frac{42}{98} \times A$ 가 유한소수로 나타내어진다고 할 때, 가장 작은 자연수 A 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\frac{42}{98} = \frac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 7^2} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore A = 7$$

67. $\frac{30}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} \times N$ 이 유한소수로 나타내어질 때, N 의 값 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{30}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2^2 \times 7}$ 이므로 N 의 값은 7 의 배수가 들어가야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 7이다.

68. 유리수 $\frac{15a}{84}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, a 가 될 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{15a}{84} = \frac{3 \times 5 \times a}{2^2 \times 3 \times 7}$$

a 가 7 의 배수이면 유한소수가 된다.

$$\therefore a = 7$$

69. $\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 이 유한소수일 때, 20 이하의 소수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

20 이하의 소수는
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이고
 $\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 가 유한소수가 되는 x 는
2, 3, 5, 11의 4개이다.

70. 분수 $\frac{21}{2^2 \times 5^3 \times 7 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 할 때,
2, 4, 6, 9, 12, 18 중 a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

해설

a 가 2, 4, 6, 12 가 되면 유한소수가 되므로
 a 의 값이 될 수 없다.