

1. 부등식 $ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 a 의 조건은?
(a, b 는 실수)

① $a = b$ 이고 $-1 < a < 1$

② $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

③ $a = b$ 이고 $-3 < a < 3$

④ $a = b$ 이고 $-4 < a < 4$

⑤ $a = b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$$ax - b^2 > bx + a^2 - 8 \text{에서}$$

$(a - b)x - b^2 - a^2 + 8 > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립해야 하므로

$$a = b$$

$$\therefore -2a^2 + 8 > 0 \quad 2a^2 < 8$$

$$\therefore a^2 < 4 \text{ 이므로 } -2 < a < 2$$

$$\text{즉 } a = b \text{ 이고 } -2 < a < 2$$

2. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$$1 \leq -x \leq 2$$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$$\therefore p = 3, q = 4$$

$$\therefore pq = 12$$

3. 다음 두 일차부등식을 만족하는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\frac{x-2}{3} + 1 \leq -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}, \quad 0.2 - 0.1x > 1 - 0.5x$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

$$\frac{x-2}{3} + 1 \leq -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}$$

양변에 6 을 곱하면

$$2(x-2) + 6 \leq -2x + 9$$

$$4x \leq 9 - 2$$

$$x \leq \frac{7}{4}$$

$$0.2 - 0.1x > 1 - 0.5x$$

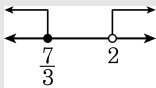
양변에 10 을 곱하면

$$2 - x > 10 - 5x$$

$$-x + 5x > 10 - 2$$

$$4x > 8$$

$$x > 2$$



∴ 해가 없다.

4. 연립부등식

$$\begin{cases} x + 7 > 2a \\ 2x - 3 < 1 \end{cases} \quad \text{의 해가 } -1 < x < 2 \text{ 일 때, 상수 } a \text{의 값을 구하여라.}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x + 7 > 2a \text{에서 } x > 2a - 7$$

$$2x - 3 < 1 \text{에서 } x < 2$$

$$2a - 7 < x < 2$$

$$\therefore 2a - 7 = -1$$

$$\therefore a = 3$$

5. 부등식 $|4x - 2| < 6$ 의 해와 부등식 $ax^2 + 2x + b > 0$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$|4x - 2| < 6, -6 < 4x - 2 < 6$$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$(x + 1)(x - 2) < 0 \Leftrightarrow ax^2 + 2x + b > 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{a}x + \frac{b}{a} < 0$$

$$\frac{2}{a} = -1, \frac{b}{a} = -2$$

$$a = -2, b = 4$$

$$\therefore a + b = -2 + 4 = 2$$

6. 평지의 공원에 둘레의 길이는 200 m로 일정하고 넓이는 900 m^2 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로 최대 길이는?

① 40 m

② 50 m

③ 90 m

④ 100 m

⑤ 150 m

해설

화단의 가로 길이를 $x \text{ m}$ 라고 하면

세로의 길이는 $(100 - x) \text{ m}$ 이다.

가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로

$x > 0$, $100 - x > 0$ 에서 $0 < x < 100 \cdots$ (가)

900 m^2 이상이므로

$$x(100 - x) \geq 900$$

$$x^2 - 100x + 900 \leq 0, (x - 10)(x - 90) \leq 0$$

$$\therefore 10 \leq x \leq 90$$

이것은 (가)를 만족하므로

가로의 최대 길이는 90 m 이다.

7. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$

② $-3 < m < 1$

③ $-1 < m < 3$

④ $m < -1$ 또는 $m > 1$

⑤ $m < -1$ 또는 $m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차 방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$$(m+1)(m-3) < 0$$

$$\therefore -1 < m < 3$$

8. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로

$$x-1 > 0, x > 0, x+1 > 0$$

$$x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ①$$

한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$

$$x^2 - 4x < 0 \text{에서 } 0 < x < 4 \dots\dots ②$$

①과 ②에서 $2 < x < 4$

$$\therefore a = 2, b = 4$$

$$\text{따라서 } a+b = 6$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m \leq -6$

② $m \leq -4$

③ $m \leq -2$

④ $m \leq 0$

⑤ $m \leq 2$

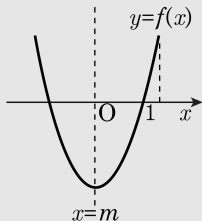
해설

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 6 = (x - m)^2 - m^2 + m + 6$ 으로 놓으면

$$\frac{D}{4} = m^2 - 1 \cdot (m + 6) = m^2 - m - 6$$

$$f(1) = 1 - 2m + m + 6 = -m + 7$$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4} = m^2 - m - 6 \geq 0$

$$(m + 2)(m - 3) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) 경계값의 부호 : $f(1) = -m + 7 > 0$

$$\therefore m < 7 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

(iii) 축 : $m < 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m 의 값의 범위는 $m \leq -2$

10. 이차방정식 $x^2 + 4mx - 3m = 0$ 의 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작도록 하는 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m > \frac{2}{9}$

② $m > \frac{1}{7}$

③ $m > -\frac{1}{3}$

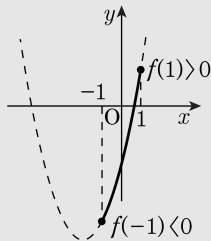
④ $m < -\frac{1}{3}$

⑤ $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$ 으로 놓을 때,

$f(x) = 0$ 의 근이 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작아야 하므로



$$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$$

$$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\therefore m > \frac{1}{7}$$

11. 15% 의 소금물 200g 이 있을 때, 물 x g 을 증발시켜서 30% 이상 60% 이하의 소금물을 만들려고 한다. x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $100 \leq x \leq 150$

해설

15% 의 소금물 200g 의 소금의 양은 $\frac{15}{100} \times 200 = 30(\text{g})$ 이다.

따라서 물 x g 을 뺏을 때의 농도를 나타내면 $\frac{30}{200-x} \times 100$ 이다.

이 값이 30% 이상 60% 이하 이므로, $30 \leq \frac{30}{200-x} \times 100 \leq 60$ 이고,

이를 연립방정식으로 나타내면 $\begin{cases} 30 \leq \frac{30}{200-x} \times 100 \\ \frac{30}{200-x} \times 100 \leq 60 \end{cases}$ 이다.

간단히 나타내면 $\begin{cases} x \geq 100 \\ x \leq 150 \end{cases}$ 이다.

따라서 증발시켜야 하는 물의 양 x 의 범위는 $100 \leq x \leq 150$ 이다.

12. $6[x]^2 - 31[x - 1] - 13 < 0$ 을 풀면? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 3$

② $-2 \leq x < 5$

③ $0 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 5$

⑤ $1 \leq x < 6$

해설

$$n \leq [x] < n + 1 \text{에서}$$

$$n - 1 < [x - 1] < n \text{이므로}$$

$$[x - 1] = [x] - 1$$

$$\therefore 6[x]^2 - 31[x - 1] - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31([x] - 1) - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31[x] + 18 < 0$$

$$\therefore (2[x] - 9)(3[x] - 2) < 0$$

$$\frac{2}{3} < [x] < \frac{9}{2}$$

$$\therefore 1 \leq [x] \leq 4 \text{이므로}$$

$$[x] = 1, 2, 3, 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 5$$

13. $x > 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 2kx + k - 1 > 0$ 을 성립하게 하는 실수 k 의 최댓값은?

① -1

② 0

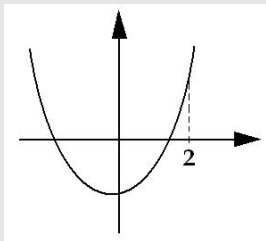
③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$D/4 = k^2 - k + 1 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 가진다.



문제의 조건을 만족하기 위해서는 대칭축이 2보다 왼쪽에 있어야 하고 $f(2) \geq 0$ 의 두 조건을 모두 만족해야 한다.

대칭축 조건에서 $k < 2$ ㉠

$f(2) = 3 - 3k \geq 0$ 에서 $k \leq 1$ ㉡

㉠, ㉡에서 $k \leq 1$

k 의 최댓값은 1이다.

14. 두 부등식 $x^2 + 2x - 15 > 0$, $x^2 - x + k \leq 0$ 에 대하여 두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $3 < x \leq 6$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① -48

② -30

③ -18

④ 12

⑤ 24

해설

부등식 $x^2 + 2x - 15 > 0$ 에서

$(x + 5)(x - 3) > 0$, $x > 3$ 또는 $x < -5$

부등식 $x^2 - x + k \leq 0$ 에 대하여

두 부등식의 공통범위가 $3 < x \leq 6$ 이므로

$x^2 - x + k \leq 0$ 를 만족하는 범위는

$-5 \leq x \leq 6$ $(x - 6)(x + 5) \leq 0$

$x^2 - x - 30 \leq 0$

$\therefore k = -30$

15. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 근이 각각 0 과 1 및 1과 2사이에 있도록 k 값의 범위를 구하면?

① $k < 0, k > 1$

② $k \leq 0, k \geq 2$

③ $0 < k < 1$

④ $0 \leq k \leq 1$

⑤ $0 < k < 2$

해설

$$x^2 - 2x + k = f(x) \text{라 하면}$$

$$f(0) > 0, f(1) < 0, f(2) > 0$$

$$\therefore k > 0, k < 1$$

$$\therefore 0 < k < 1$$