

1. 두 수  $a, b$  에 대하여  $a \oplus b = 2(a + b) - ab$  일 때,  $x$ 의 값은?

$$\{3 \oplus (x + 1)\} + \{(2x - 4) \oplus 1\} = 8$$

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} &\{3 \oplus (x + 1)\} + \{(2x - 4) \oplus 1\} = 8 \\ &\{2(x + 4) - 3(x + 1)\} \\ &+ \{2(2x - 3) - (2x - 4)\} = 8 \\ &(-x + 5) + (2x - 2) = 8 \\ &x + 3 = 8 \\ &\therefore x = 5 \end{aligned}$$

2. 두 수  $a, b$  에 대하여  $a \oplus b = 3(a - b) + ab$  일 때, 다음  $x$  의 값을 구하여라.

$$\{6 \oplus (x - 1)\} + \{(2x - 3) \oplus 2\} = 7$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

해설

$$\begin{aligned} & \{6 \oplus (x - 1)\} + \{(2x - 3) \oplus 2\} = 7 \\ & 3\{6 - (x - 1)\} + 6(x - 1) \\ & + \{3(2x - 5) + 2(2x - 3)\} = 7 \\ & 3(-x + 7) + 6x - 6 \\ & + 3(2x - 5) + 2(2x - 3) = 7 \\ & 3x + 15 + 10x - 21 = 7 \\ & 13x = 13 \\ & \therefore x = 1 \end{aligned}$$

3.  $120^9$  은 2800 개의 서로 다른 약수를 가지고 있다. 이 약수 중 제곱수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 350개

## 해설

120 을 소인수분해하면  $120 = 2^3 \times 3 \times 5$  이므로  $120^9 = (2^3 \times 3 \times 5)^9 = 2^{27} \times 3^9 \times 5^9$  이다. 따라서  $120^9$  의 약수의 개수는  $(27 + 1) \times (9 + 1) \times (9 + 1) = 2800$  개이고, 이 중 제곱수는 지수가 모두 짝수로 이루어져 있어야 한다. 따라서 제곱수는  $2^0, 2^2, \dots, 2^{26}$  인 14 개,  $3^0, 3^2, \dots, 3^8$  인 5 개,  $5^0, 5^2, \dots, 5^8$  인 5개이므로  $120^9$  의 약수 중 제곱수는  $14 \times 5 \times 5 = 350$  이다.

4. 2 와 5 를 소인수로 가지는 어떤 자연수  $n$  에 대하여  $2n$  의 약수의 개수는 25 개,  $5n$  의 약수의 개수는 24 개이다. 이 때,  $100n$  의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                      개

▷ 정답 : 42 개

해설

$n = 2^a \times 5^b$  이라 두면,  
 $2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$   
 $5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$   
 $\rightarrow a = 3, b = 4$  ,  
 $100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2}$  ,  
 $\therefore 100n$  의 약수의 개수  $= 6 \times 7 = 42$ ( 개)