

1. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾아라.

① 7 보다 작은 자연수의 모임

② 키가 큰 나무의 모임

③ 월드컵을 개최한 나라의 모임

④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임

⑤ 15의 약수의 모임

해설

‘키가 큰’, ‘농구를 잘하는’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 틀린 것은?

① $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

② $\{1, 2\} \supset \{1, 2, 3\}$

③ $\{2, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

④ $\{5, 10\} \not\subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$

해설

② $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

3. 집합 $A = \{1, 10\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 10\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2
를 곱한 값과 같다.

따라서 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

4. 7 보다 작은 자연수의 모임을 집합 A 라 할 때, 짝수를 모두 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하시오.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 A 의 원소 중 짝수는 2, 4, 6
이므로 2, 4, 6을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수는
집합 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다. 따라서, 구하는 부분
집합의 개수는 $2^3 = 8(\text{개})$

5. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 15 개일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $15 + 1 = 16$ 개이며,
 $2^n = 16 \therefore n = 4$ 이다.

6. $A = \{y \mid y = 2x - 1, x^2 + 2x - 3 = 0\}$ 의 원소들의 합을 구하면?

① -10

② -6

③ -1

④ 5

⑤ 9

해설

$A = \{y \mid y = 2x - 1, x^2 + 2x - 3 = 0\}$ 에서

$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이면

$x = -3$ 또는 $x = 1$

A 는 y 의 집합이므로

$x = -3$ 일 때, $y = 2 \times (-3) - 1 = -7$

$x = 1$ 일 때, $y = 2 \times 1 - 1 = 1$

$\therefore -7, 1$ 이므로 원소들의 합은 -6

7. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

집합 A 에서 $\{a, b\}$ 은 하나의 원소이므로 $n(A) = 3$ 이다.

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $a \notin \{a, b\}$

② $\emptyset \subset \{3\}$

③ $\{a, b\} \subset \{a, b\}$

④ $4 \subset \{1, 2, 4\}$

⑤ $\emptyset \in \{0\}$

해설

① $a \in \{a, b\}$

④ $4 \in \{1, 2, 4\}$

⑤ $\emptyset \subset \{0\}$

9. 집합 $A = \{x | x \text{는 홀수}\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합을 모두 고르면?
(정답 2개)

① $\{0\}$

② $\{1, 3\}$

③ $\{2, 3, 5, 7\}$

④ $\{\emptyset\}$

⑤ $\{1, 3, 9\}$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$$

① $0 \notin A$ 이므로, 원소 0은 A 의 부분집합의 원소가 아니다.

③ $2 \notin A$ 이므로, 원소 2는 A 의 부분집합의 원소가 아니다.

④ $\emptyset \notin A$ 이므로, 원소 $\emptyset$ 은 A 의 부분집합의 원소가 아니다.

10. 두 집합 $A = \{6, a-2, 2\}$, $B = \{a, 4, 2\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$A = B$ 이므로 $a - 2 = 4$, $a = 6$

$\therefore a = 6$

11. 두 집합 $A = \{x - 2 \mid -4 < x \leq 3\}$, $B = \{x + a \mid -1 \leq x < 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 가 되게 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a < -3$

② $-4 < a \leq -3$

③ $-6 \leq a < -5$

④ $-6 < a \leq -5$

⑤ $-7 \leq a \leq -5$

해설

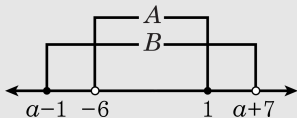
$$-4 < x \leq 3 \text{ 에서 } -6 < x - 2 \leq 1$$

$$\therefore A = \{x \mid -6 < x \leq 1\}$$

$$-1 \leq x < 7 \text{ 에서 } a - 1 \leq x + a \leq 7 + a$$

$$\therefore B = \{x \mid a - 1 \leq x \leq 7 + a\}$$

이때, $A \subset B$ 를 만족하도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$\text{즉, } a - 1 \leq -6, 7 + a > 1$$

$$\therefore -6 < a \leq -5$$

12. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

집합 X 는 원소 1, 3, 5, 7, 9를 반드시 포함하는 집합 B 의 부분 집합이므로

개수는 $2^{10-5} = 2^5 = 32$ (개)

13. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) 5 \in A$$

$$(나) x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{1-x} \in A$$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$

$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$

$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$

$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\}$ 에서 A 의 모든 원소의 곱은 $-\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1$ 이다.

14. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

- (i) $2 \notin S$, $a \in S$ 이면 $\frac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합 S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$\frac{1}{2-3} \in S$ 에서 $-1 \in S$ 이다.

또 $\frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \in S$ 이고,

다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{3}{5}} = \frac{5}{7} \in S, \dots$

계속하면 $\frac{2n-1}{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 꼴의 수만 나타난다.

15. 2의 배수의 집합을 A , 3의 배수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $2 \in A, 1 \in B$

② $3 \in A, 3 \notin B$

③ $5 \notin A, 5 \in B$

④ $6 \in A, 6 \in B$

⑤ $9 \notin A, 9 \notin B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, 8, ... 이고
집합 B 의 원소는 3, 6, 9, 12, ... 이다.
따라서 $6 \in A, 6 \in B$ 이다.

16. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답 2개)

① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots, 23, 29\}$

④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 홀수}\}$

해설

① $\{1, 3, 5, \dots\}$

② $\{1, 2, 5, 10\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

17. 다음 중 집합의 원소가 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{0\}$

② $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

③ $\{x|x \text{는 } 3 \times x = 0 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } 11 < x < 12 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{0\}$

② $\{1\}$

⑤ $\{1\}$

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } \{1, 2, 4\} \text{의 부분집합}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $\emptyset$

② $\{2, 4\}$

③ $\{\emptyset\}$

④ $\{1, 2, 4\}$

⑤ $\{\{1, 2\}\}$

해설

$$A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \\ \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$$

19. 집합 $\{a, b\}$ 의 부분집합을 모두 구하면?

① $\emptyset$

② $\emptyset, \{a, b\}$

③ $\emptyset, \{a\}, \{a, b\}$

④ $\emptyset, \{b\}, \{a, b\}$

⑤ $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

해설

원소의 개수가 0 개인 것 : $\emptyset$

원소의 개수가 1 개인 것 : $\{a\}, \{b\}$

원소의 개수가 2 개인 것 : $\{a, b\}$

20. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 12, a-3, b+3, 4\}$ 가 서로 같을 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라. (단, $b > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\},$$

$$B = \{1, 2, 4, 12, a-3, b+3\} \text{ 이므로,}$$

$a-3=3$, $b+3=6$ 또는 $a-3=6$, $b+3=3$ 이어야 한다.

하지만 조건에서 $b > 0$ 이라 했으므로 $a-3=3$, $b+3=6$ 이다.

따라서 $a=6$, $b=3$ 이고, $a \div b = 2$ 이다.

21. 다음 중 $\square$ 안에 = 기호를 써 넣어야 하는 것을 골라라.

① $\{4\} \square \{2, 3, 4\}$

② $\{1, 2, 4, 8\} \square \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$

③ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\} \square \{1, 3, 5, 7, 9\}$

④ $\emptyset \square \{0\}$

⑤ $\{7, 14, 21, \dots, 70\} \square \{x|x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$

해설

① $\{4\} \square \{2, 3, 4\}$

② $\{1, 2, 4, 8\} \square \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
 $= \{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 $= \{2, 4, 6, 8, 10\} \square \{1, 3, 5, 7, 9\}$

④ $\emptyset \square \{0\}$

⑤ $\{7, 14, 21, \dots, 70\} \square \{x|x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
 $= \{7, 14, 21, \dots, 70, \dots\}$

22. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 2, 6\}) = 0$ 이다.

③ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 6$ 이다.

⑤ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

③ 반례 : $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$

23. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 짝수 중 8의 약수는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합을 골라라.

㉠ $\{2, 4, 6, 8\}$

㉡ $\{2, 3, 4, 8\}$

㉢ $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

㉣ $\{2, 4, 6, 8, 9\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이고 이 중에서 짝수인 8의 약수는 2, 4, 8이며, 홀수는 1, 3, 5, 7, 9이다. ㉡은 3이 포함되어 있고 ㉣은 9가 포함되어 있으므로 조건에 맞지 않는다.

24. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 원소 1 을 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$

25. 집합 $A = \{5, 8, 12, 15, 17\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 5의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 5의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 8, 12, 17로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.

$$\therefore 32 - 8 = 24 \text{ (개)}$$