

1. 함수 $y = -\frac{2}{x} - 3$ 의 점근선의 방정식은?

- ① $x = 0, y = 3$ ② $x = 0, y = -3$ ③ $x = 1, y = 3$
④ $x = -1, y = 3$ ⑤ $x = 1, y = -3$

해설

$y = -\frac{2}{x} - 3$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 그래프이므로 점근선의 방정식은 $x = 0, y = -3$
이다.

2. 함수 $y = \frac{bx-3}{x-a}$ 의 정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,
 $a = 4$, $b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

3. 함수 $y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 1 만큼
평행이동시켰더니 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을
구하면?

① 8 ② 6 ③ 1 ④ -6 ⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{(bx+c)}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3,
 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 것은 반대로
 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼,
 y 축의 방향으로 -1 만큼 이동시킨것과 같다.
 $y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$
따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로
 $\therefore abc = 6$

4. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3, n = 1$

$$m + n = 4$$

5. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

6. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

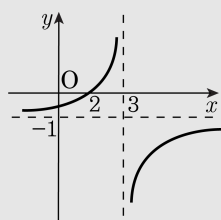
$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3, y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,
제 2 사분면을 지나지 않는다.



7. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$
그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고
 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

8. $f(t) = \frac{t}{1-t}$ (단, $t \neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y = f(x)$ 일 때, $x = \square$ 로 나타낼 수 있다. $\square$ 안에 알맞은 것은?

- ① $-f(y)$ ② $-f(-y)$ ③ $f(-y)$
④ $f\left(\frac{1}{y}\right)$ ⑤ $f(y)$

해설

$$\begin{aligned} y = f(x) &= \frac{x}{1-x} \text{ 에서} \\ y - xy &= x, \quad x(1+y) = y \\ \therefore x &= \frac{y}{1+y} = \frac{-y}{1-(-y)} = -f(-y) \end{aligned}$$

9. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-1}$ 의 역함수가 그 자신이 되도록 a 의 값을 정하면?

① -1

② 1

③ -2

④ 2

⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-1} \text{ 에서 } y(x-1) = ax+1$$

$$yx - y = ax + 1, yx - ax = 1 + y$$

$$x(y-a) = 1+y, x = \frac{1+y}{y-a}$$

$$\therefore y^{-1} = \frac{x+1}{x-a}$$

역함수가 본래 함수와 같으므로

$$\frac{x+1}{x-a} = \frac{ax+1}{x-1}$$

$$\therefore a = 1$$

10. 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(2, 3)$ 을 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-1} \text{ 라 하면 } f(2) = 3, f^{-1}(2) = 3$$

$$f(2) = 2a + b = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$f^{-1}(2) = 3 \text{ 에서 } f(3) = 2 \text{ 이므로}$$

$$f(3) = \frac{3a+b}{2} = 2 \quad \therefore 3a+b = 4 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1 \quad \therefore ab = 1$$

11. 분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선 중 하나가 $x = -1$ 이고 점 $(1, 2)$ 를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이 $\{x \mid -3 \leq x < -1 \text{ 또는 } -1 < x \leq 1\}$ 일 때, 치역을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① $\{y \mid y < 0 \text{ 또는 } y > 2\}$

② $\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$

③ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

④ $\{y \mid y < 1 \text{ 또는 } 1 < y \leq 2\}$

⑤ $\{y \mid y < 1 \text{ 또는 } y \geq 2\}$

해설

분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의

점근선 중 하나가 $x = -1$ 이므로

$$x = -\frac{1}{a} = -1$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, 주어진 분수함수는 $y = \frac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나

므로

$$2 = \frac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$$

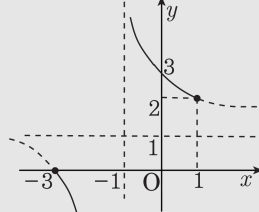
$$\therefore y = \frac{x+3}{x+1}$$

따라서 $-3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1$ 에서

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1 \text{ 의 그래프는}$$

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$$\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$$



12. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n$ 이 식이

$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$ 과 같으므로

$m = 2, 1 + n = -1$ 에서 $n = -2$

$\therefore m - n = 4$

13. 유리함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나고 두 직선 $x = -1, y = 3$ 을 점근선으로 가질 때 $a+b+c$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x = -1, y = 3$ 이 점근선 이므로

$$y = \frac{bx+c}{x+a} = \frac{k}{x+1} + 3$$

점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $k = -1$

$$\therefore y = \frac{-1}{x+1} + 3 = \frac{-1+3x+3}{x+1} = \frac{3x+2}{x+1}$$

이 함수가 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 와 일치해야 하므로

$$a = 1, b = 3, c = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6$$

14. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 에 대하여

점근선이 $x = -2$ 이므로 $f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$

점근선이 $y = 4$ 이므로 $f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

따라서 $f(x) = \frac{4x-7}{x+2}$ 이므로

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

15. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 점근선의 방정식이 $x = 2, y = 1$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점근선이 $x = 2, y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \cdots \textcircled{1}$$

①이 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -k + 1 \therefore k = 1$$

$$y = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -2$$

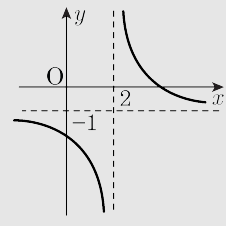
따라서 $abc = 2$

16. 다음 중 함수 $y = \frac{-x+4}{x-2}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

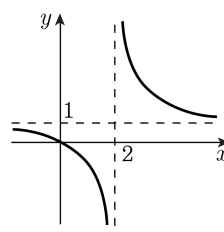
$$y = \frac{-x+4}{x-2}$$
$$y = \frac{-(x-2)-2+4}{x-2}$$
$$y = \frac{2}{x-2} - 1$$



따라서 제2사분면을 지나지 않는다.

17. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2



해설

점근선이 $x=2$, $y=1$ 이므로

$$y = \frac{ax+b}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c} \text{ 에서 } a=1, c=-2 \text{ 이다.}$$

그리고 원점을 지나므로 $b=0$ 이다.

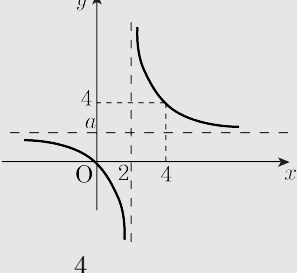
$$\therefore a+b+c = -1$$

18. $2 < x \leq 4$ 에서, 유리함수 $y = \frac{4}{x-2} + a$ 의 최솟값이 4이다. a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

점근선이 $x = 2, y = a$ 이고,
 $2 < x \leq 4$ 일 때 최솟값이 4이므로
점 $(4, 4)$ 를 지난다.



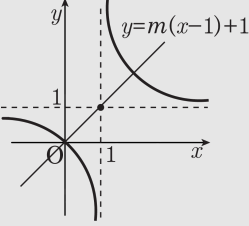
$4 = \frac{4}{4-2} + a \therefore a = 2$

19. 두 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$, $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프가 만날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것을 고르면?

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

해설

분수함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프는
점근선이 $x = 1$, $y = 1$ 이고,
점 $(0, 0)$ 을 지난다.
 $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을
지나는 직선이므로 두 함수가 만나기 위한
실수 m 의 값의 범위는
다음 그림에서 $m > 0$ 이다.
따라서, 보기 중 m 의 값이 될 수 있는 것은
⑤이다.



20. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

- ① -1
- ② 1
- ③ 3
- ④ 5
- ⑤ 7

해설

$$y = \frac{x-1}{x-2}$$
$$= \frac{(x-2)+1}{x-2}$$
$$= \frac{1}{x-2} + 1$$

따라서, 점근선이
 $x = 2, y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는
다음과 같다.
다음 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여
대칭이라면
직선이 두 점근선의 교점인 $(2, 1)$ 을 지나야 하므로
 $1 = -2 + k$
 $\therefore k = 3$

