

1. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
 $\therefore 2^5 = 32$

2. 다음 보기에 주어진 수를 x 라 할 때, \sqrt{x} 가 허수가 되는 x 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

- ① 1 개 ② 3 개 ③ 5 개 ④ 7 개 ⑤ 9 개

해설

\sqrt{x} 가 허수가 되는 $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

3. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k+7) = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k 는 상수)

- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$k \cdot 2^2 - 2 - (k+7) = 0$$

$$4k - 2 - k - 7 = 0, 3k = 9,$$

$$\therefore k = 3$$

$$3x^2 - x - 10 = 0, (3x+5)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 2, -\frac{5}{3}$$

4. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = x^2 - 2x - 3 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최댓값 5

▷ 정답: 최솟값 -4

해설

먼저, 주어진 식을 $y = a(x - m)^2 + n$ 의 꼴로 변형하여 그래프를 그린 다음 주어진 구간 안에서 가장 높은 점과 가장 낮은 점을 조사한다.

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

$$\text{꼭짓점: } x = 1 \text{ 일 때 } y = -4$$

$$\text{양끝점: } \begin{cases} x = 0 \text{ 일 때 } y = -3 \\ x = 4 \text{ 일 때 } y = 5 \end{cases}$$

$x = 4$ 에서 최댓값 5, $x = 1$ 에서 최솟값 -4

5. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 16 &= 0 \text{ 에서} \\(x^2 - 4)(x^2 + 4) &= 0 \\(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) &= 0 \\ \therefore x &= \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i \\ \therefore \text{모든 해의 합은 } &(-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0\end{aligned}$$

6. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① $x - 1$ ② x ③ 1
④ $x + 3$ ⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

7. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x+1$ 이고, 나머지가 $-6x+2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x+1) - 6x+2 \text{ 에서} \\ B(2x+1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

8. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = -1$

▷ 정답: $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

9. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$$

- ① 8 ② 7 ③ 3 ④ 0 ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

10. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x-1)(x+2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에 $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면
 $a+b-4=0, -8a+4b-4=0$
두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=3$
 $\therefore ab=3$

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)(ax + 2) \end{aligned}$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면
 $a=1, b=3 \therefore ab=3$

11. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

12. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$ 와 $4x^3 - 4$ 에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 두 다항식은 $(x-1)$ 로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$ 은 두 다항식의 공약수이다.
- ② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
- ③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$ 은 두 다항식의 공배수이다.
- ④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$ 이다.
- ⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$ 이다.

해설

$$2x^2 + 2x - 4 = 2(x-1)(x+2)$$

$$4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$\text{최대공약수} : 2(x-1)$$

$$\text{최소공배수} : 4(x-1)(x+2)(x^2 + x + 1)$$

13. 등식 $\left(\frac{2+i}{1+\sqrt{2}i}\right)\left(\frac{1-4i}{1-\sqrt{2}i}\right) = a+bi$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a-3b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a-3b=9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{(2+i)(1-4i)}{(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)} \\ &= \frac{2-8i+i-4i^2}{1-2i^2} \\ &= \frac{6-7i}{3} = 2 - \frac{7}{3}i \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$2 - \frac{7}{3}i = a + bi$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a = 2, b = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore a - 3b = 2 - 3 \times \left(-\frac{7}{3}\right) = 2 + 7 = 9$$

14. $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$

② $-1-i$

③ 0

④ $1+i$

⑤ $1-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{50}} \\ & \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) + \left(\frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8} \right) + \dots \\ & + \left(\frac{1}{i^{45}} + \frac{1}{i^{46}} + \frac{1}{i^{47}} + \frac{1}{i^{48}} \right) + \frac{1}{i^{49}} + \frac{1}{i^{50}} \\ & = \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \dots \\ & + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \frac{1}{i} - 1 \\ & = \frac{1}{i} - 1 = -i - 1 \end{aligned}$$

15. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

$$\begin{aligned} \text{I. } & \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3)\cdot(-3)} = \sqrt{9} = 3 \\ \text{II. } & \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5\times(-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i \\ \text{III. } & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i \\ \text{IV. } & \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i \end{aligned}$$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
 ④ II, IV ⑤ III, IV

해설

$$\begin{aligned} \text{I. } & \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3i}\sqrt{3i} = \sqrt{9i^2} = -3 \\ & \therefore \text{옳지 않다.} \\ \text{II. } & \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i \\ & \therefore \text{옳다.} \\ \text{III. } & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i \\ & \therefore \text{옳지 않다.} \\ \text{IV. } & \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i \\ & \therefore \text{옳다.} \end{aligned}$$

16. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

정리하면, $-m+2=0 \therefore m=2$

$m=2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$\therefore x=2$ (중근 α)

$$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$$

17. 이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

18. 다음 함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = 2(x-3)^2$

② $y = x(x-1)$

③ $y = 3x^2 - x + 2$

④ $y = -x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = (2x+1)(2x-1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a < 0$ 일 때 이차함수가 최댓값을 갖는다.

19. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다. 이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

20. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

21. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

22. 다음 중에서 겹넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$

② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겹넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$ $\therefore d = \sqrt{14}$

$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

23. $(2^{48} - 1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63

② 61, 65

③ 63, 65

④ 63, 67

⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned} 2^{48} - 1 &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \cdot 65 \cdot (2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \end{aligned}$$

따라서 $2^{48} - 1$ 은 63과 65로 나누어 떨어진다.

24. x 가 실수일 때, 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, x 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

(준식) $= (x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$
 i 가 순허수이어야 제곱하면 음이 된다.
 $\therefore x^2 + 4x + 3 = 0$ 이고 $x^2 + 2x - 3 \neq 0$
 $x = -1$ 또는 $x = -3 \cdots \textcircled{㉠}$
 $x \neq 1$ 그리고 $x \neq -3 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $x = -1$ 이다.

25. $x^3 + 1 = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$ 일 때, $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -3

해설

α, β, γ 는 방정식
 $x^3 + 1 = 0$ 의 세 근이므로
 $\alpha^3 = \beta^3 = \gamma^3 = -1$
 $\therefore \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -3$