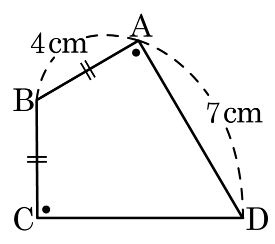
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle A = \angle C$ 이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



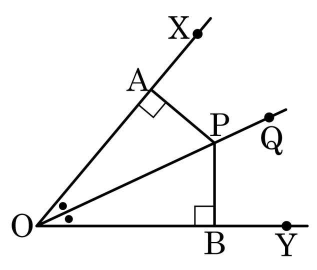
▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 22 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle A = \angle C$ 이므로
$\angle DAC = \angle DCA$, $\overline{CD} = \overline{AD} = 7\text{cm}$
$\therefore$ (둘레의 길이) $= (4+7) \times 2 = 22(\text{cm})$

2. 다음은 XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}, \overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 나타내기 위해서 이용한 합동조건은?



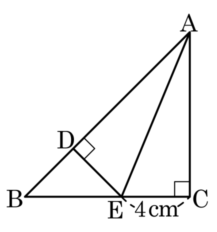
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ AAA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ (공통), $\angle OAP = \angle OBP = 90°$ 이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
$\therefore$ RHA 합동

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 잡고 $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 가 되게 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡는다. $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{DE}$ 의 길이는?



① 7cm ② 7.5cm ③ 8cm

④ 8.5cm ⑤ 9cm

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ACE$ 에서 $\angle ADE = \angle C = 90° \cdots$ ㉠

$\overline{AE}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡ $\overline{AD} = \overline{AC} \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{EC} = 4(\text{cm}) \cdots$ ㉣

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle D = 90°$ 이므로

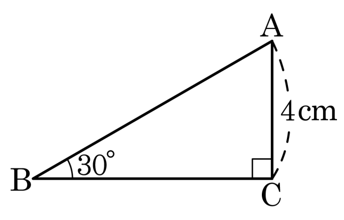
$\angle DBE = \angle DEB = 45°$

$\therefore \overline{DB} = \overline{DE} \cdots$ ㉤

㉣, ㉤에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = 4(\text{cm})$

$\therefore \overline{DB} + \overline{DE} = 4 + 4 = 8(\text{cm})$

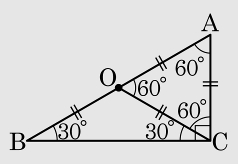
4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 4cm$, $\angle B = 30°$일 때, $\overline{AB}$의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

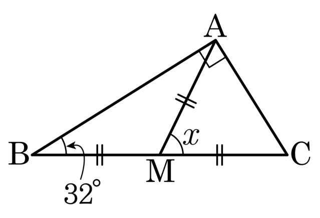
해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$의 중점 O라 하면



$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이므로
$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60°$
$\therefore \ \overline{AB} = \overline{AO} + \overline{BO} = 8(cm)$

5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

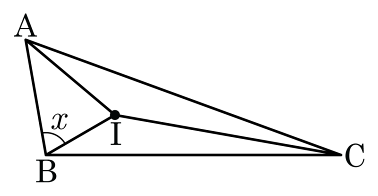


① 60°　② 62°　③ 64°　④ 66°　⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{MB} = \overline{MA}$)
$\angle MBA = \angle MAB = 32^\circ$
두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로
$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 하고 $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 5 : 6 : 7$이므로

$\angle AIB = 360° \times \dfrac{5}{5+6+7} = 100°$,

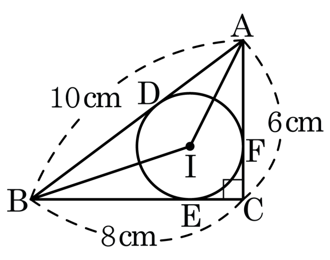
$\angle BIC = 360° \times \dfrac{6}{5+6+7} = 120°$, $\angle AIC = 360° \times \dfrac{7}{5+6+7} = 140°$이다.

점 I가 삼각형의 내심일 때,

$\angle AIC = 140° = 90° + \dfrac{1}{2}\angle B$이므로

$\angle B = 100°$, $\angle x = \dfrac{1}{2}\angle B = 50°$이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2
④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6 = \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6) = 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

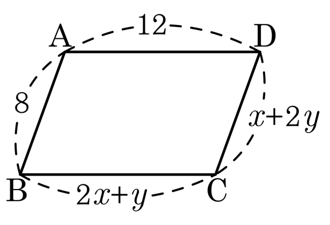
$(\triangle IAB\text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\,\text{cm}^2)$

8. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.
② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.
③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.
⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설
② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.

9. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{16}{3}$

▷ 정답 : $y = \frac{4}{3}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x + y = 12 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$ 을 풀면,

$x = \frac{16}{3}$, $y = \frac{4}{3}$

10. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 중 평행사변형인 것을 모두 고르면?

① $\overline{AB} = 12\text{cm}, \overline{BC} = 12\text{cm}, \overline{CD} = 7\text{cm}, \overline{DA} = 7\text{cm}$

② $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{CD}$

③ $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 100°$

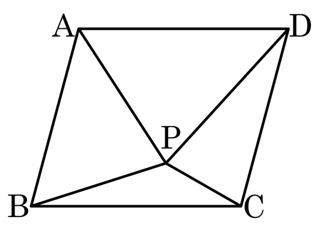
④ $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$, $\angle DAC = 60°$,$\angle BCA = 60°$

⑤ 두 대각선 $\overline{AC}$,$\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} = \overline{CO} = 5\text{cm}$,$\overline{BO} = \overline{DO} = 7\text{cm}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
③ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle BAC = \angle DCA$

11. 다음 그림과 같이 넓이가 40cm^2 인 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점 P 에 대하여 $\triangle$PAD 와 $\triangle$PBC 의 넓이가 4 : 1 일 때, $\triangle$PAD 의 넓이는?



① 15cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2
④ 22cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$ 이다.

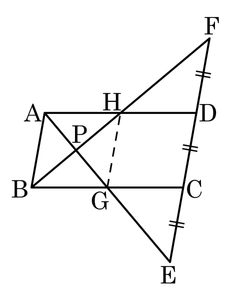
$\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PBC} + \triangle\text{PCD} + \triangle\text{PAD} = 2 \times (\triangle\text{PBC} + \triangle\text{PAD})$

$\triangle\text{PBC} + \triangle\text{PAD} = 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$ 이고,

$\triangle\text{PAD} : \triangle\text{PBC} = 4 : 1$ 이므로

$\therefore\ \triangle\text{PAD} = 20 \times \frac{4}{5} = 16(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, □ABGH 는 어떤 사각형인가? 또, $2\angle FPE$ 의 크기는?



① 정사각형, $90°$ ② 정사각형, $180°$

③ 직사각형, $180°$ ④ 마름모, $90°$

⑤ 마름모, $180°$

해설

그림에서 $\overline{FD} : \overline{FC} = \overline{HD} : \overline{BD} = 1 : 2$
$(\because HD /\!/ BC)$
그런데 $\overline{BC} = \overline{AD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{HD} = \overline{AB} = \overline{AH}$
$\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$ 이므로 마름모이다.
□ABGH 는 마름모에 성격에 따라 두 대각선이 서로 수직이등분을 하므로 $\angle FPE$ 는 직각이다.
따라서 $\angle FPE = 180°$ 이다.

13. 다음 중 바르게 설명된 것을 모두 고르면?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
② 두 대각선이 직교하는 직사각형은 정사각형이다.
③ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 정사각형이다.
④ 대각선이 한 내각을 이등분하는 평행사변형은 마름모이다.
⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

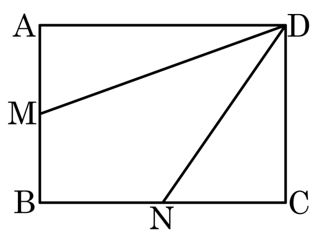
해설
③은 직사각형, ⑤는 마름모

14. 다음 사각형 중 등변사다리꼴을 모두 고르면?

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설
등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같은 사각형은 직사각형과 정사각형이다.

15. 직사각형 ABCD 에서 점 M, N 은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 50\text{cm}^2$ 일 때, $\square MBND$ 의 넓이를 구하면?

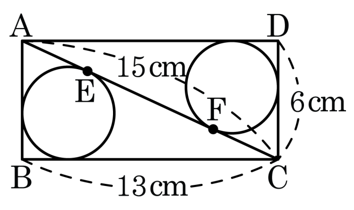


① 12.5cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2
④ 27.5cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

점 M, N 이 모두 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로
$\square MBND = \frac{1}{2} \square ABCD = 25\text{cm}^2$

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?

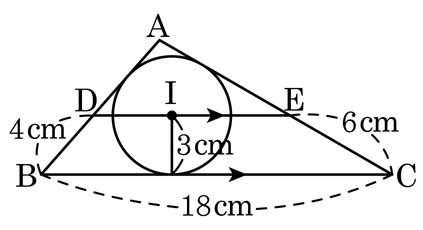


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면
$(15-x)+(6-x)=13 \quad \therefore x=4(\text{cm})$
$\overline{AE}=\overline{CF}=4(\text{cm})$ 이므로
$\therefore \overline{EF}=15-(4+4)=7(\text{cm})$

17. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



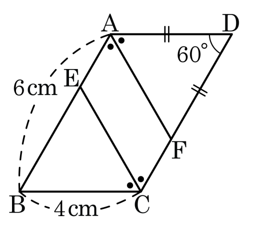
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $42\,\underline{cm^2}$

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\quad \therefore\ \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.
사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\,\text{cm}^2)$ 이다.

18. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



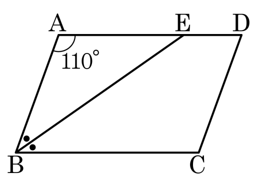
① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.
$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$ 이다.
그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는
$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 110°$ 이고 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}°$

▷ 정답: $145\underline{°}$

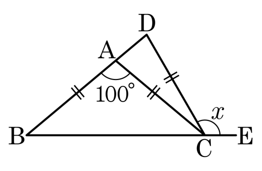
해설

$\angle ABC = 180° - 110° = 70°$

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 70° \times \frac{1}{2} = 35°$

$\therefore \angle BED = 180° - 35° = 145°$

20. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle BAC = 100°$ 일 때, $\angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 120 °

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

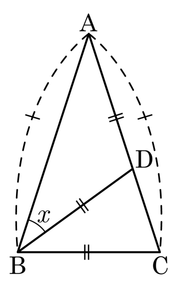
$\angle B = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 100°) = 40°$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{DC}$ 이므로

$\angle D = \angle CAD = 180° - 100° = 80°$ 이다.

따라서 $\angle DCE = \angle B + \angle D = 40° + 80° = 120°$

21. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



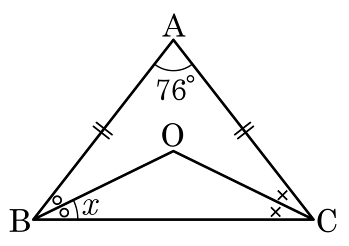
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 36°

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$이므로 $\angle A = \angle ABD = \angle x$
$\overline{BD} = \overline{BC}$이므로 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$
$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$
$\angle A + \angle ABC + \angle C = 180°$이므로
$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180°$
따라서 $5\angle x = 180°$, $\angle x = 36°$이다.

22. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 76°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

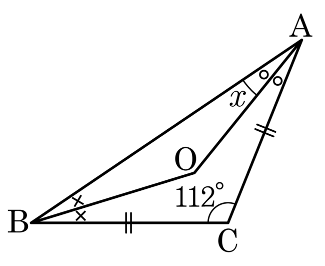


① $20°$ ② $22°$ ③ $24°$ ④ $26°$ ⑤ $28°$

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle ACB$
그런데 $\angle ABC$ 와 $\angle ACB$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로
$\angle ABO = \angle OBC = \angle OCB = \angle ACO$
따라서 $4 \times \angle x = 180° - 76° = 104°$
$\therefore \angle x = 26°$

23. $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle\mathrm{ACB} = 112°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

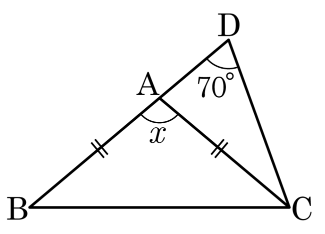


① 15°　② 16°　③ 17°　④ 18°　⑤ 19°

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{CAB} = \angle\mathrm{CBA}$
그런데 $\angle\mathrm{CAB}$ 와 $\angle\mathrm{CBA}$ 를 이등분한 선이 만나는 점이 O 이므로
$\angle\mathrm{CAO} = \angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = \angle\mathrm{CBO}$
따라서 $4 \times \angle x = 180° - 112° = 68°$
$\therefore \angle x = 17°$

24. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고 $\angle D = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

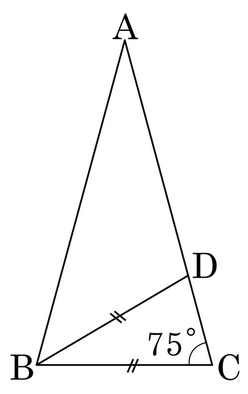


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

$\angle DCB = 70°, \angle B = 40°, \angle x = 100°$

25. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고, $\angle BCD = 75°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 45°

해설

$\angle DBC = 180° - 75° \times 2 = 30°$

$\angle ABD = 75° - 30° = 45°$