

1. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

3. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

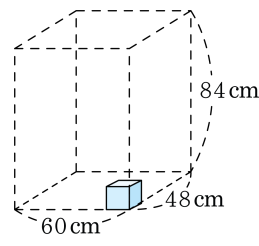
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는
 $48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16$ (cm)

4. 같은 크기의 정육면체 블록을 빈틈없이 쌓아서 가로 길이 60 cm, 세로 길이 48 cm, 높이 84 cm 인 직육면체가 되도록 하려 한다. 되도록 큰 정육면체 블록으로 쌓을 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

쌓으려고 하는 정육면체의 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 공약수이다.

그런데 되도록 큰 정육면체로 쌓는다고 했으므로 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \ 60 \ 84} \\ 2 \overline{) 24 \ 30 \ 42} \\ 3 \overline{) 12 \ 15 \ 21} \\ \underline{4 \quad 5 \quad 7} \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

5. 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 330cm, 270cm 인 욕실에 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 두르려고 한다. 되도록 큰 타일을 붙이려고 할 때, 타일의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 30cm

해설

붙이려고 하는 타일의 한 변의 길이는 330 과 270 의 공약수이다. 그런데 되도록 큰 타일을 붙이려고 했으므로 한 변의 길이는 330 과 270 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 330 \ 270} \\ 3 \overline{) 165 \ 135} \\ 5 \overline{) 55 \ 45} \\ \hline 11 \quad 9 \end{array}$$
$$\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30(\text{cm})$$

6. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm, 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

- ① 12 cm ② 15 cm ③ 30 cm ④ 45 cm ⑤ 60 cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맸다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

2)120 180

2) 60 90

3) 30 45

5) 10 15

2 3

∴ 2×2×3×5 = 60(cm)

8. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 8 cm ③ 10 cm ④ 12 cm ⑤ 24 cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ \quad 2 \quad 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{ cm})$$

10. 가로 길이가 96cm, 세로 길이가 120cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽에 남는 부분이 없이 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 4 cm ② 6 cm ③ 20 cm ④ 24 cm ⑤ 48 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 96, 120 의 최대공약수 : 24

11. 가로 길이가 60cm, 세로 길이가 50cm 인 벽에 정사각형 모양의 타일을 붙일 때, 남는 부분 없이 되도록 큰 타일을 붙이려면 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 30장

해설

정사각형 타일의 한 변의 길이는 60 과 50 의 최대공약수이므로
 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $50 = 2 \times 5^2$
 최대공약수는 $2 \times 5 = 10$
 따라서 필요한 타일의 개수는
 $(60 \div 10) \times (50 \div 10) = 30$ (장)

12. 가로 길이가 220cm, 세로 길이가 200cm 인 벽에 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 되도록이면 타일을 적게 붙이려고 할 때, 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 110장

해설

정사각형 타일의 한 변의 길이는 220 과 200 의 최대공약수이므로

$$220 = 2^2 \times 5 \times 11, 200 = 2^3 \times 5^2$$

최대공약수는 $2^2 \times 5 = 20$

따라서 필요한 타일의 개수는

(220 ÷ 20) × (200 ÷ 20) = 110 (장)

13. 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 120 cm, 200 cm 인 직사각형의 가로와 세로를 등분하여 만들 수 있는 정사각형 중에서 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 40cm

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 120 과 200 의 최대공약수다.

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로

구하는 한 변의 길이는 $2^3 \times 5 = 40$ (cm)

14. 가로와 세로의 길이가 각각 225cm , $2^2 \times 3 \times 5^2\text{cm}$ 인 직사각형의 가로와 세로를 등분하여 만들 수 있는 정사각형 중에서 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 75 cm

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 225 와 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 최대 공약수이므로

$$225 = 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 3 \times 5^2$$

$$\therefore 3 \times 5^2 = 75 \text{ (cm)}$$

15. 가로 길이가 1200cm, 세로 길이가 $2^3 \times 3^2 \times 5$ cm 인 벽면이 있다. 이 벽면에 가능한 한 큰 정사각형의 타일을 붙이려고 한다. 정사각형의 타일은 몇 개 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 30개

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는

$$2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 120cm 이므로 필요한

타일의 개수는

$$(1200 \div 120) \times (360 \div 120) = 10 \times 3 = 30 \text{ (개) 이다.}$$

16. 가로 길이가 720cm, 세로 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7$ cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

- ① 140 개 ② 160 개 ③ 180 개
④ 200 개 ⑤ 220 개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는

$$2^2 \times 3^2 = 36$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는

$$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140 \text{ (개) 이다.}$$

17. 가로와 세로의 길이가 각각 90cm, 144cm 인 직사각형 모양의 벽에 같은 크기의 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 한 큰 타일을 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또, 몇 개의 타일이 필요한가?

- ① 18cm, 35 개 ② 12cm, 35 개 ③ 18cm, 40 개
④ 12cm, 40 개 ⑤ 15cm, 30 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 할 때,
 $90 = x \times \square$, $144 = x \times \triangle$
 x 는 90 과 144 의 최대공약수
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $144 = 2^4 \times 3^2$
 $\therefore x = 2 \times 3^2 = 18$ (cm)
 $90 = 18 \times 5$, $144 = 18 \times 8$ 이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore 5 \times 8 = 40$ (개)

18. 가로 길이가 120cm, 세로 길이가 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

- ① 18cm, 35 개 ② 24cm, 35 개 ③ 18cm, 40 개
④ 24cm, 40 개 ⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,
 $120 = x \times \square$, $168 = x \times \triangle$
 x 는 120 과 168 의 최대공약수
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$, $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
 $\therefore x = 2^3 \times 3 = 24$ (cm)
 $120 = 24 \times 5$, $168 = 24 \times 7$ 이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore 5 \times 7 = 35$ (개)

19. 가로 길이가 120cm, 세로 길이가 96cm, 높이가 60cm 인 직육면체를 일정한 크기로 잘라 가능한 한 가장 큰 정육면체로 나누려고 한다. 이때, 만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 A cm, 정육면체의 개수를 B 개 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 412

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
120, 96, 60 의 최대공약수이므로

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$96 = 2^5 \times 3$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12\text{cm}$$

정육면체의 개수는

$$(120 \div 12) \times (96 \div 12) \times (60 \div 12)$$

$$= 10 \times 8 \times 5 = 400 \text{ (개)}$$

$$\therefore 400 \text{ 개}$$

$$\text{따라서 } A + B = 12 + 400 = 412$$

20. 가로 길이 140cm, 세로 길이 105cm, 높이 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 107 ② 108 ③ 109 ④ 110 ⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
140, 105, 210 의 최대공약수이므로
 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $105 = 3 \times 5 \times 7$, $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$
최대공약수는 $5 \times 7 = 35$
 $\therefore a = 35$
정육면체의 개수는
 $(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72$ (개)
 $\therefore b = 72$
 $\therefore a + b = 107$

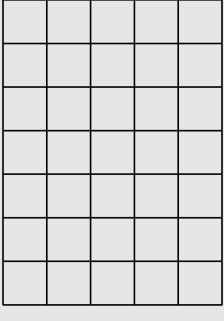
21. 가로 180cm , 세로 252cm 인 벽에 가능한 큰 정사각형 타일을 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이를 a cm , 필요한 타일의 개수를 b 장이라고 할 때, $a + b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 71

해설

가로 180cm , 세로 252cm 인 벽에 가능한 큰 정사각형 타일을 붙이려면, 가로와 세로의 최대공약수를 한 변으로 하는 정사각형을 구하면 된다. 180 과 252 의 최대공약수는 36 이므로, $\therefore a + b = 36 + 35 = 71$



22. 가로와 세로의 길이가 각각 180cm, 150cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은?
- ① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개
 - ② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개
 - ③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개
 - ④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개
 - ⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

2)180 150

3) 90 75

5) 30 25

6 5

∴ 2×3×5 = 30

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

(가로) = 180 ÷ 30 = 6(개)

(세로) = 150 ÷ 30 = 5(개)

∴ (필요한타일수) = 6 × 5 = 30(개)

23. 가로와 세로의 길이가 각각 200cm, 120cm인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남은 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a , 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

해설

200, 120의 최대공약수는 40이므로 타일 한 변의 길이는 $a = 40(\text{cm})$

$200 \div 40 = 5$, $120 \div 40 = 3$ 이므로 필요한 타일의 개수는 $b = 5 \times 3 = 15$ (개)

$\therefore a + b = 40 + 15 = 55$

24. 가로 길이가 15, 세로 길이가 21, 높이가 6인 상자를 x cm인 정육면체로 채우려고 한다. 이 때, 가장 큰 정육면체로 상자를 채우려면 몇 개의 정육면체가 필요한가?

① 40개 ② 50개 ③ 60개 ④ 70개 ⑤ 80개

해설

15, 21, 6의 최대공약수를 구하면 3이다.
따라서 필요한 벽돌의 개수는
 $(15 \div 3) \times (21 \div 3) \times (6 \div 3) = 70(\text{개})$ 이다.

25. 가로, 세로의 길이가 각각 72cm, 168cm 인 천을 남김없이 사용하여 같은 크기의 정사각형 모양의 손수건을 만들려고 한다. 가능한 한 큰 손수건을 만들 때, 손수건의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 24cm

해설

72 와 168 의 최대공약수는 24 이므로 가장 큰 손수건의 한 변의 길이는 24cm 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72 \ 168} \\ \underline{ 72 } \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \quad 84} \\ \underline{ 36 } \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \ 42} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 10 42} \\ 3 \overline{) 9 21} \end{array}$$

9	21
3	7

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

26. 가로, 세로의 길이가 각각 60cm, 84cm인 직사각형 모양의 옷감을 똑같은 크기의 정사각형으로 자르려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려 한다면 처음의 옷감은 몇 개로 나누어지겠는가?

① 21 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 35 개 ⑤ 38 개

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 60, 84의 최대공약수이다.
 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 나누어지는 개수는 $(60 \div 12) \times (84 \div 12) = 35(\text{개})$ 이다.

27. 가로 길이, 세로 길이, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?
- ① 180 개

② 72 개

③ 36 개

④ 24 개

⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72 \text{ (개)}$$

28. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?
- ① 180 개 ② 90 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.
따라서 상자의 개수는
 $(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

29. 가로, 세로, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답: 개

▶ 정답 : 15cm

▶ 정답 : 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
 x 는 45, 60, 90 의 최대공약수

x 는 45, 60, 90 의 최대공약수

$$45 = 3^2 \times 5, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore x = 3 \times 5 = 15 \text{ (cm)}$$

$$45 = 15 \times 3, 60 = 15 \times 4, 90 = 15 \times 6$$

$$\therefore 3 \times 4 \times 6 = 72 \text{ (개)}$$

30. 가로 길이가 54cm, 세로 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90의 최대공약수이므로
 $54 = 2 \times 3^3$
 $2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$
 $\therefore a = 18$
정육면체의 개수는
 $(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90$ (개)
 $\therefore b = 90$
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$

31. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 96cm, 높이가 120cm 인 직육면체를 남김없이 잘라 똑같은 크기의 정육면체로 나누려고 한다. 되도록 적은 개수의 정육면체를 만들 때, 만들 수 있는 정육면체는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 60 개

해설

72, 96, 120의 최대공약수는 24이므로 만들 수 있는 정육면체의 모서리의 길이는 (24의 약수)cm이다. 정육면체의 한 모서리의 길이가 길수록 정육면체의 개수는 적으므로 한 모서리의 길이는 24(cm)이다.

 $\therefore$ (정육면체의 갯수)

$$= (72 \div 24) \times (96 \div 24) \times (120 \div 24)$$

$$= 3 \times 4 \times 5 = 60(\text{개})$$

32. 가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 인 직육면체 모양의 나무를 잘라서 여러 개의 정육면체 모양을 만들려고 한다. 만들 수 있는 가장 큰 정육면체 하나의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 729cm³

해설

가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 의 최대공약수는 9cm 이므로
만들 수 있는 가장 큰 정육면체의 부피= $9 \times 9 \times 9 = 729(\text{cm}^3)$

33. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?



- ① 1 cm ② 2 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.
 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로
두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.
따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.