

1. $3^2 \times 5^3$ 으로 소인수분해되는 자연수의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개) 이다.

2. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9(\text{개})$
 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $(4 + 1) \times (1 + 1) = 10(\text{개})$
 $64 = 2^6$ 이므로 $6 + 1 = 7(\text{개})$
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $(3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16(\text{개})$

3. 소인수분해를 이용하여 24의 약수의 개수를 써라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 에서 2^3 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 이고 3 의 약수는1, 3 이므로 24 의 약수는 다음과 같은 표에 나타낼 수 있다.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24

따라서 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이고, 그 개수는 8 개이다.

4. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 80

② 90

③ 216

④ 168

⑤ 180

해설

① $80 = 2^4 \times 5$

$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$

② $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$

③ $216 = 2^3 \times 3^3$

$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$

④ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$

5. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12

② 18

③ 32

④ 36

⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$

② $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

③ $32 = 2^5$

$\therefore (5+1) = 6(\text{개})$

④ $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$

⑤ $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

6. 72의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개)이다.

7. 18 의 약수의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 5개

④ 6개

⑤ 8개

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)이다.

8. 108 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$
약수의 개수 : $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$

9. $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$ 의 약수의 개수를 구하면?

- ① 36개 ② 42개 ③ 48개 ④ 54개 ⑤ 58개

해설

$$\begin{aligned} &2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9 \\ &= 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$(\text{약수의 개수}) = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 54 \text{ (개)}$$

10. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 5 인 경우는
지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
소인수가 가장 작아야하므로
소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는 $2^4 = 16$ 이다.

11. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 2^{11}

② $3^5 \times 7$

③ 84

④ 132

⑤ 180

해설

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

12. 약수가 12 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로
 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

13. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

14. $3^2 \times 5 \times 11^3$ 의 약수의 개수는?

- ① 9 개 ② 12 개 ③ 15 개 ④ 18 개 ⑤ 24 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

15. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?

① $2^2 \times 3 \times 7$

② $3 \times 5 \times 7 \times 9$

③ $5 \times 7 \times 11$

④ 13^2

⑤ 2^{10}

해설

- ① 12 개
- ② 16 개
- ③ 8 개
- ④ 3 개
- ⑤ 11 개

16. 28 과 약수의 개수가 같은 수는?

① 24

② 70

③ 49

④ 72

⑤ 63

해설

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로

약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ 개

① $24 = 2^3 \times 3$ 이므로 $4 \times 2 = 8$ (개)

② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $49 = 7^2$ 이므로 3 (개)

④ $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

⑤ $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ (개)

17. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 54

② 24

③ 40

④ 56

⑤ 16

해설

① $54 = 2 \times 3^3 \rightarrow 8$ 개

② $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow 8$ 개

③ $40 = 2^3 \times 5 \rightarrow 8$ 개

④ $56 = 2^3 \times 7 \rightarrow 8$ 개

⑤ $16 = 2^4 \rightarrow 5$ 개

18. A 가 60의 약수의 모임일 때, A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

A 는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60이므로 A 의 개수는 12개이다.

19. $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

$$(3 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 72 \text{ (개)}$$

20. 다음 수들 중 약수의 개수가 다른 것은?

- ① $3^3 \times 2^2$
- ② 3×2^5
- ③ $2^4 \times 3^2$
- ④ $2 \times 3 \times 5^2$
- ⑤ $5^3 \times 7^2$

해설

$N = a^x b^y c^z$ 으로 소인수분해 될 때 N 의 약수의 개수는 $(x+1) \times (y+1) \times (z+1)$ 개다.

- ① $3^3 \times 2^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$
- ② $3 \times 2^5 \rightarrow (1+1) \times (5+1) = 2 \times 6 = 12$
- ③ $2^4 \times 3^2 \rightarrow (4+1) \times (2+1) = 5 \times 3 = 15$
- ④ $2 \times 3 \times 5^2 \rightarrow (1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$
- ⑤ $5^3 \times 7^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$

21. 630의 약수의 개수는?

① 8

② 12

③ 16

④ 24

⑤ 30

해설

$$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$$\text{약수의 개수는 } (1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24 \text{ (개)}$$

22. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

㉠ $19^3 \times 31$

㉡ 2×5^4

㉢ $3^2 \times 7 \times 11$

㉣ $3^2 \times 11^2 \times 13$

㉤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

㉠ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

㉡ $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)

㉢ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

㉣ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

㉤ $9 + 1 = 10$ (개)

23. 다음 중 60 과 약수의 개수가 같은 것은?

① 5^8

② $2^2 \times 3^5$

③ $5^2 \times 11 \times 19$

④ $3^5 \times 5^2$

⑤ $3 \times 5 \times 7^3$

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)이다.

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $8 + 1 = 9$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)

24. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기
풀이)
㉠ 10 을 소인수분해하면 2×5 이므로
㉡ $3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$
㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1 을 더하여 곱하면
㉣ $(0 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개})$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 32$ (개)이다.

25. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① 2^{10}

② 2×3

③ $2^2 \times 3^3$

④ 3×5^2

⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $10 + 1 = 11$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

26. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

- ① $2^3 \times 3^2$
- ② 11^{11}
- ③ $3^2 \times 5 \times 7^2$
- ④ 5×7^5
- ⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

- ① $(3 + 1) \times (2 + 1) = 4 \times 3 = 12$ (개)
- ② $11 + 1 = 12$ (개)
- ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)
- ④ $(1 + 1) \times (5 + 1) = 2 \times 6 = 12$ (개)
- ⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$ (개)

27. 168 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$
 $(3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16$ (개) 이다.

28. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$	㉡ $2^4 \times 5^2$
㉢ $2 \times 3 \times 7$	㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$
㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$	

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
- ② ㉡, ㉢, ㉠, ㉤, ㉣
- ③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
- ④ ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠
- ⑤ ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

29. 다음 중 약수의 개수가 가장 큰 것을 고르면?

① $2^4 \times 3^2$

② $2 \times 5 \times 7$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $11^2 \times 13^2$

해설

① 15 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 9 개

30. 108 과 약수의 개수가 같은 수는?

① 48

② 70

③ 121

④ 72

⑤ 171

해설

108의 약수의 개수는 $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

① $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $5 \times 2 = 10$ (개)

② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $121 = 11^2$ 이므로 3 (개)

④ $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

⑤ $171 = 3^2 \times 19$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ (개)

31. 180 과 약수의 개수가 다른 수는?

- ① 210 ② 300 ③ 2450 ④ 700 ⑤ 1575

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

① $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

② $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

③ $2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로 $2 \times 3 \times 3 = 18$ (개)

④ $700 = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

⑤ $1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

32. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① $2^3 \times 3^2$

② $3^4 \times 5^3$

③ 96

④ $3 \times 5^2 \times 7$

⑤ 330

해설

① 12개

② 20개

③ 12개

④ 12개

⑤ 16개

33. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

34. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.

35. 약수가 6 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하면?

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로
 $(1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 = 12$

36. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 5^3$

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5^3$

⑤ 3^4

해설

- ① $(4 + 1) \times (2 + 1) = 15$ (개)
- ② $(3 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)
- ③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)
- ④ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16$ (개)
- ⑤ $(4 + 1) = 5$ (개)

37. 자연수 a 의 약수의 개수를 $A(a)$ 로 나타낸다고 한다. 이때, $\{A(225) + A(360)\} \times A(x) = 165$ 를 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수는?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$225 = 3^2 \times 5^2, 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \text{ 에서}$$

$$A(225) = (2+1) \times (2+1) = 9$$

$$A(360) = (3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$$

$$\{A(225) + A(360)\} \times A(x) = 165$$

$$33 \times A(x) = 165$$

$$\therefore A(x) = 5$$

$$5 = 4 + 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{가장 작은 } x = 2^4 = 16$$

38. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35

② 88

③ 2×3^3

④ $3^2 \times 7^3$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

- ① $35 = 5 \times 7$,
 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 2 = 4$ (개)
② $88 = 2^3 \times 11$,
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
③ $(1 + 1) \times (3 + 1) = 2 \times 4 = 8$ (개)
④ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$ (개)
⑤ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$ (개)

39. 다음 수를 약수의 개수가 많은 것부터 차례대로 써라.

㉠ $2^2 \times 3 \times 5^2$	㉡ 36	㉢ 469
㉣ 54	㉤ $2^4 \times 5^2$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ 18개
㉡ 9개
㉢ 4개
㉣ 8개
㉤ 15개

40. 다음은 희망이의 수학일기 중 일부이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 기호로 써라.

오늘은 수학시간에 수의 약수의 개수를 구할 때, 직접 그 수의 약수를 모두 구하지 않고도 소인수분해만을 이용하여 약수의 개수를 구하는 방법을 배웠다. 소인수분해만 구하면 약수의 개수를 구할 수 있다니! 정말 신기하다!! 그럼 오늘 배운 내용을 복습해 볼까.

문제) 98 의 약수의 개수 구하기

풀이) ㉠먼저 98 을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다.

㉡ 약수의 개수를 구할 때는, 각 지수에 1을 더하여 곱한다.

㉢ 따라서 98 의 약수의 개수는 $(0 + 1) \times (2 + 1) = 3$ (개) 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 98 을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다. 한편 2와 7^2 의 지수는 각각 1,2 이므로 98 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개) 이다.

41. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 차례대로 기호를 써라.

㉠ 360	㉡ 1125
㉢ 384	㉣ 244

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 24 개
㉡ 12 개
㉢ 16 개
㉣ 6 개

42. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 4 인 경우는
지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와
지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는
 2^3 과 2×3 이고
그중 2×3 이 더 작으므로
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

43. $2^2 \times 5^2 \times a^2$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.
(단, a 는 2, 5를 제외한 소수이다.)

▶ 답: 개

▷ 정답 : 27개

해설

$$(2+1) \times (2+1) \times (2+1) = 27(\text{개})$$