1. 다음은 나예뻐가 넌멋져에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예뻐와 넌멋져가 만나는 시간이 나타난다. 나예뻐와 넌멋져가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

▶ 답 : _____ 시

▷ 정답 : 3 시

해설

2^4 의 약수는 1 , 2 , 2^2 , 2^3 , 2^4 이고 3^3 의 약수는 1 , 3 , 3^2 , 3^3 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3$, $8 = 2^3$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예뻐와 넌멋져가 만나는 시간은 3 시이다.

2. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1 , 3 , 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1 , 11 , 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.
표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.
$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

3. 다음 중 180 의 약수는?

① $2^3 \times 5$ ② $3^2 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2$
④ $3^3 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

4. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6 ② $2^2 \times 3$ ③ $2^2 \times 3^2$
④ 2×7 ⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설
$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

5. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2 ② 2×5 ③ 2×7
④ $2^2 \times 5^2$ ⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

6. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 <u>아닌</u> 것은?

① 11　　② 13　　③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$　　⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

7. $3^3 \times 5^2$ 의 약수가 <u>아닌</u> 것은?

① 3　　② 5　　③ $3^2 \times 5$

④ $3^2 \times 5^2$　　⑤ 3×5^3

해설

$3^3 \times 5^2$ 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
3	3	3×5	3×5^2
3^2	3^2	$3^2 \times 5$	$3^2 \times 5^2$
3^3	3^3	$3^3 \times 5$	$3^3 \times 5^2$

8. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $2^4 \times 3^2 \times 5$
④ $2^4 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

9. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

10. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 1$ 일 때이다.

11. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 3$, $b = 1$ 일 때이다.
$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

12. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2^4　　② $2^2 \times 3^2$　　③ 2×3^2

④ 3^3　　⑤ 1

해설

2^4 의 약수는$1,\ 2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4$ 이고
3^2 의 약수는$1,\ 3,\ 3^2$ 이므로
$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

$\times$	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3	1×2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2\times2$	$3^2\times2^2$	$3^2\times2^3$	$3^2\times2^4$

13. 다음에서 $2^3 \times 5$ 의 약수를 찾아 모두 고르면?(정답 2개)

① 1　　② 2×5^2　　③ $3^2 \times 5$

④ 2×5　　⑤ 2^5

해설

2^3 의 약수는1, 2, 2^2, 2^3 이고
5 의 약수는 1, 5 이므로
$2^3 \times 5$ 의 약수는 다음과 같다.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3
5	5	5×2	5×2^2	5×2^3

14. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 <u>아닌</u> 것은?

① 5×2^3　　② 80　　③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125　　⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.
④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.
⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

15. $3\times5^2\times7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

5^2 의 약수는 1 , 5 , 5^2 이고, 3×7 의 약수는 $1, 3, 7, 3\times7$ 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

$\times$	1	5	5^2
1	$1\times1=1$	$1\times5=5$	$1\times5^2=25$
3	$3\times1=3$	$3\times5=15$	$3\times5^2=75$
7	$7\times1=7$	$7\times5=35$	$7\times5^2=175$
3×7	$3\times7\times1=21$	$3\times7\times5=105$	$3\times7\times5^2=525$

즉, $1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525$
따라서 $3\times5^2\times7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a=3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b=3\times5\times7=105$ 이므로 $a+b=3+105=108$ 이다.

16. 다음은 나몰라가 잘풀어에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 270 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나몰라가 제일 좋아하는 숫자가 나타난다. 그 수를 구하여라.

2×5	$2\times3\times5$	$3^2\times5$
1	$2\times3^3\times5^2$	$2^4\times3^3$
$2\times3^2\times5$	$2\times3^3\times5$	45
$3^2\times11$	200	2×3^2
90	3^3	$3^3\times5$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

270 을 소인수분해면 $270 = 2\times3^3\times5$ 이므로 3^3 의 약수는 $1, 3, 3^2, 3^3$

2 의 약수는 1 과 2

5 의 약수는 1 과 5 이다.

$200 = 2^3\times5^2$, $45 = 3^2\times5$, $90 = 2\times3^2\times5$ 이다.

270 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×5	$2\times3\times5$	$3^2\times5$
1	$2\times3^3\times5^2$	$2^4\times3^3$
$2\times3^2\times5$	$2\times3^3\times5$	45
$3^2\times11$	200	2×3^2
90	3^3	$3^3\times5$

따라서 나몰라가 가장 좋아하는 숫자는 5 이다.

17. 다음 중 63 의 약수가 아닌 것을 고르면?

① 1 ② 3^2 ③ 7 ④ 3×7 ⑤ 7^2

해설

$63 = 3^2 \times 7$

18. 다음 중 200 의 약수가 아닌 것은?

① 2×5　② $2^2 \times 5^2$　③ 2×5^3
④ $2^3 \times 5$　⑤ 5^2

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$
200 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
2	2	2×5	2×5^2
2^2	2^2	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
2^3	2^3	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

19. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3　　② $2^2 \times 7$　　③ 3^2

④ 3×7　　⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

($2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수) 는 (2^2 의 약수)×(3 의 약수)×(7 의 약수) 이다.

20. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3　② $2^3 \times 7$　③ 3^2
④ $3 \times 5 \times 7$　⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설
①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.
② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

21. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 15　② 30　③ 50　④ 60　⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$, 세 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 = 20$ 이므로, $a+b = 30+20 = 50$ 이다.

22. 자연수 $2^3 \times 5 \times 7$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$2^3 \times 5 \times 7$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 \times 7 = 140$, 세 번째로 큰 수는 $2 \times 5 \times 7 = 70$ 이므로, $a - b = 140 - 70 = 70$ 이다.

23. $3^a \times 5^b$ 이 45 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $45 = 3^2 \times 5$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 1$ 일 때이므로 $a + b = 3$ 이다.

24. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

① 1, 1　② 1, 2　③ 2, 1　④ 2, 2　⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 2$ 일 때이다.

25. 다음 중 360 의 약수가 아닌 것은?

① 3^2 ② 2×3 ③ $2^3 \times 5$
④ $2^2 \times 3 \times 5$ ⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$는 360 의 약수가 아니다.

26. 소인수분해를 이용하여 72 의 약수를 구하기 위해 만든 것이다. 빈칸에 알맞은 수를 모두 구해 그 합을 구하여라.

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	
3	3		12	24
3^2		18	36	72

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

$8 + 6 + 9 = 23$

27. x는 96의 약수일 때, x값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 2　　② 2×3　　③ $2^2 \times 3$

④ 2×3^3　　⑤ 2^5

해설

④ $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$ 이므로 2×3^3은 96의 약수가 아니다.

28. 720 의 약수가 <u>아닌</u> 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$　② 2×5　③ $3^2 \times 5$
④ $2^4 \times 3^3$　⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 (2^4 의 약수)×(3^2 의 약수)×(5 의 약수) 이다.

29. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로, T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

30. 자연수 n의 약수의 개수를 $P(n)$으로 나타내기로 한다. 이때, $\frac{-P(24)+P(x)}{P(30)-P(x)} = \frac{P(16)}{P(15)}$를 만족하는 두 자리 자연수 x값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$P(24)=8,\ P(30)=8,\ P(16)=5,\ P(15)=4$이므로

$\frac{-P(24)+P(x)}{P(30)-P(x)} = \frac{P(16)}{P(15)}$에서

$\frac{-8+P(x)}{8-P(x)} = \frac{5}{4}$

$-32+4P(x) = 40-5P(x)$

$P(x)=8$

$8 = 2\times2\times2 = 2\times4$ 이므로,

$\therefore$ 자연수 x값 중 가장 작은 수는 24이다.