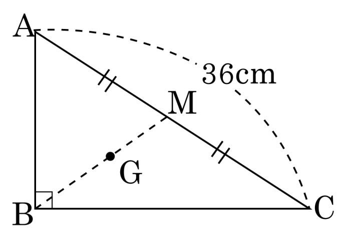
1. 수직선 위의 두 점 $A(-3)$, $B(-7)$ 사이의 거리를 구하면?

① 8 ② 6 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

해설

$\therefore\ |-7-(-3)|=4$

2. $\triangle ABC$는 직각삼각형이고 $\overline{AC}$의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, $\overline{BG}$의 길이를 구하여라.



▶ **답:** ______ cm

▷ **정답:** 12 cm

해설

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은 $\triangle ABC$의 외심이다.
따라서 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{MB} = 18$
한편, G는 무게중심이므로
$\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BM} = 12(\text{cm})$

3. 원 $x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$ (k 는 임의의 실수)에 대하여 다음 중 반드시 옳은 것은?

① 반지름의 길이가 2 인 원이다.

② 원의 중심은 y 축 위에 있다.

③ 원은 두 점 $(0,\ -2)$, $(0,\ 2)$를 지난다.

④ 원의 중심은 직선 $y = x$ 위에 존재한다.

⑤ 원은 점 $(1,\ 0)$ 을 지난다.

해설

$x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$ 을 변형하면
$(x - k)^2 + y^2 = 4 + k^2$ 이므로
$x = 0$ 일 때, k 에 관계없이 $y^2 = 4$
$\therefore y = \pm 2$
따라서 주어진 원은
$(0,\ -2)$, $(0,\ 2)$ 의 두 점을 지난다.
또한, 원의 중심은 x 축 위에 있다

4. 세 점 A(0, 3), B(−6, 0), C(3, 0) 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점을 $\mathrm{P}(a, b)$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 2 : 1 로 외분하는 점을 $\mathrm{Q}(c, d)$ 라고 할 때, $c-3a+bd$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 12 ③ 24 ④ 25 ⑤ 40

해설

$\mathrm{P}\left(\frac{2\cdot(-6)+1\cdot(0)}{2+1},\ \frac{2\cdot(0)+1\cdot(3)}{2+1}\right)$

$=\mathrm{P}(-4,\ 1)=\mathrm{P}(a,\ b)$

$\mathrm{Q}\left(\frac{2\cdot 3-1\cdot(-6)}{2-1},\frac{0}{2-1}\right)=\mathrm{Q}(12,\ 0)=\mathrm{Q}(c,\ d)$

$\therefore\ c-3a+bd=12-3\cdot(-4)+1\cdot 0=24$

5. 세 점 A $(1, 5)$, B $(-4, -7)$, C $(5, 2)$가 좌표평면 위에 있다. $\triangle$ABC 에서 $\angle$A 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, 점 D 의 좌표를 구하면?

① $(0, 0)$ ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$\overline{AB} = 13$, $\overline{AC} = 5$
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$
D 는 B , C 를 $13 : 5$ 로 내분한 점
$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

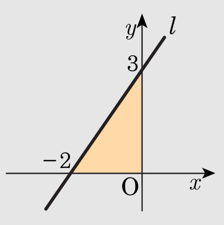
6. 직선 $3x-2y+6=0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$

7. 직선 $2x+4y+1=0$에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$라 할 때 $2a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$의 기울기는

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$ 에서 $-\frac{1}{2}$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$을 연립하여 풀면

$x=-4$, $y=3$

$y-3=-\frac{1}{2}(x+4)$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+1$이므로

$a=-\frac{1}{2}$, $b=1$

$\therefore\ 2a+b=0$

8. 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점 $(a,\ b)$와 직선 $x - y + 1 = 0$ 사이의 거리가 최소가 될 때, $4(a + b)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(a,\ b)$가 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점이고,
또 점$(a,\ b)$와 직선 사이의 거리를 l이라 하면,
$a = b^2 + 1 \cdots\cdots$ ㉠
$l = \dfrac{|a - b + 1|}{\sqrt{2}} \cdots$ ㉡
㉠를 ㉡에 대입하면
$$l = \frac{|b^2 - b + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{\left|\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\right|}{\sqrt{2}}$$
$\therefore\ b = \dfrac{1}{2}$일 때 l이 최소가 된다.
따라서 $a + b = \dfrac{5}{4} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{4}$이므로
$\therefore\ 4(a + b) = 7$

9. 점 A$(-2,\ 3)$ 에서 원 $x^2+y^2-2x+4y-4=0$에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

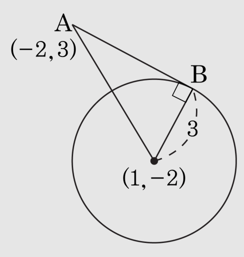
해설

$x^2+y^2-2x+4y-4=0$

$(x-1)^2+(y+2)^2=3^2$

원의 중심은 $(1,\ -2)$, 반지름은 3이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(3^2+(-5)^2)-3^2}=5$



10. 원 $x^2+y^2=4$ 위의 점 $(1,\ \sqrt{3})$ 에 접하는 접선의 방정식은?

① $x+\sqrt{2}y=4$　② $x+\sqrt{3}y=4$　③ $\sqrt{2}x+y=4$
④ $\sqrt{3}x+y=4$　⑤ $x-\sqrt{3}=4$

해설

$(1,\ \sqrt{3})$이 원 위의 점이므로
$1\cdot x+\sqrt{3}\cdot y=4$
$\therefore x+\sqrt{3}y=4$

11. 평행이동 $f\ :\ (x,\ y) \to (x+2,\ y-1)$ 에 의하여 점$(-4,\ 8)$은 점$(a,\ b)$로 옮겨진다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

평행이동 f는 x축의 방향으로 $+2$, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하는 변환이므로 $(-4+2,\ 8-1) = (a,\ b)$ 따라서 $a=-2,\ b=7$

12. 두 점 $(1, -3)$, $(3, 2)$로부터 거리가 같고, 직선 $y = 2x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right)$　② $\left(\frac{1}{7}, \frac{1}{3}\right)$　③ $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{3}\right)$
④ $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right)$　⑤ $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$

해설

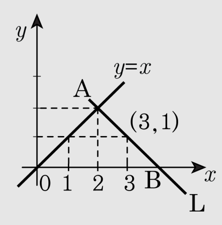
$y = 2x$ 위에 있으므로 $(a, 2a)$로 놓으면
$\sqrt{(1-a)^2 + (-3-2a)^2}$
$= \sqrt{(3-a)^2 + (2-2a)^2}$
$a^2 - 2a + 1 + 4a^2 + 12a + 9 = a^2 - 6a + 9 + 4a^2 - 8a + 4$
$10a + 10 = -14a + 13$
$\therefore\ 24a = 3$
$\therefore\ a = \frac{1}{8},\ 2a = \frac{1}{4}$
$\therefore\ \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$

13. 두 직선 $y = x$, $y = 0$과 정점 $\mathrm{A}(3,\ 1)$을 지나는 직선으로 둘러싸인 삼각형 면적의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 A 를 지나는 직선이 $y = x$ 와 수직일 때 $\triangle\mathrm{OAB}$ 의 면적은 최소이므로 $(2,\ 2)$ 인 점에서 교차한다.
따라서 직선 L은 $(2,\ 2)$와 $(3,\ 1)$을 지나는 직선이다.



$\therefore\ \mathrm{L} = y - x + 4$

$\therefore\ S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$

14. 직선 $(2+k)x+(1-2k)y-3(k+2)=0$은 실수 k의 값에 관계없이 항상 일정한 점 P을 지난다. 점 P의 좌표는?

① $\mathrm{P}(3,\ 0)$　　② $\mathrm{P}(0,\ 3)$　　③ $\mathrm{P}(-3,\ 0)$
④ $\mathrm{P}(0,\ -3)$　　⑤ $\mathrm{P}(-3,\ 3)$

해설

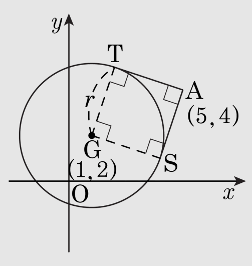
직선 $ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$은
k의 값에 관계없이 항상 두 직선
$ax+by+c=0,\ a'x+b'y+c'=0$의 교점을 지난다.
주어진 직선을 k에 관해서 정리하면
$2x+y-6+k(x-2y-3)=0$
이것이 k에 값에 관계없이 성립해야 하므로
$2x+y-6=0,\ x-2y-3=0$
이것을 연립하여 풀면 $x=3,\ y=0$
따라서 주어진 직선은 실수k의 값에 관계없이 점 $\mathrm{P}(3,\ 0)$을 지난다.

15. 좌표평면 위에 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=r^2$ 과 원 밖의 점 A$(5,\ 4)$가 있다. 점 A에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 반지름의 길이 r 의 값은?

① $\sqrt{10}$　② $\sqrt{11}$　③ $\sqrt{12}$　④ $\sqrt{13}$　⑤ $\sqrt{14}$

해설

A 에서 그은 접선이 서로 수직이면 원의 중심 G,
접점 S, T, 점 A 로 이루어지는 사각형 GSAT 는
한 변의 길이가 r 인 정사각형이다.



$\therefore\ r=\dfrac{\overline{\mathrm{GA}}}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(5-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{10}$