

1. 다음 중 집합 {1, 2, 4}의 진부분집합인 것을 모두 구하여라.

- ☐ Ⓐ $\emptyset$
- ☐ Ⓑ {1, 2}
- ☐ Ⓒ $\{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$
- ☐ Ⓓ $\{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : Ⓐ

▶ 정답 : Ⓑ

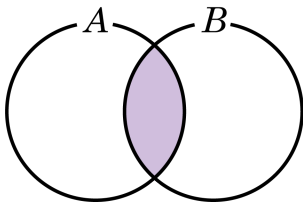
해설

{1, 2, 4}의 진부분집합은 {1, 2, 4}의 부분집합 중 {1, 2, 4}를 제외한 나머지 부분집합이다.

Ⓒ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$ 이다. 진부분집합은 자신을 제외한 것이므로 진부분집합이 아니다.

Ⓓ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 따라서 {1, 2, 4}의 부분집합이 아니다.

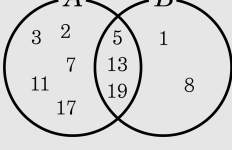
2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?



- ① $\{5, 13\}$ ② $\{5, 19\}$ ③ $\{5, 13, 19\}$
④ $\{1, 5, 13\}$ ⑤ $\{1, 5, 13, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.
벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{5, 13, 19\}$ 이다.

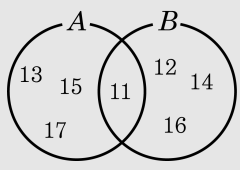
3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$, $A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{11, 12, 14, 16\}$

해설

$\therefore B = \{11, 12, 14, 16\}$



4. 함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4)$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4) = k$ 로 놓으면

$f(k) = 4$

$\sqrt{k-1} + 2 = 4, \sqrt{k-1} = 2$

$k-1 = 4$ 에서 $k = 5$

$\therefore f^{-1}(4) = 5$

5. 서로 다른 동전 두 개와 주사위 한 개를 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는?

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 32 ⑤ 36

해설

동전을 한 번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 2 가지, 주사위를 한번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 6가지 이므로
 $\Rightarrow 2 \times 2 \times 6 = 24$

6. 다음 글은 청산이네 반의 학급회의 기록이다. 밑줄 친 내용 중 집합인 것의 번호를 고르면?

교내 체육 대회 때 장애물 달리기 선수는 ① 키가 작은 학생, 릴레이 선수는 ② 빠른 학생, 응원단장은 ③ 목소리가 큰 학생, 배구선수는 ④ 키가 큰 학생이 하기로 한다. 그리고, 줄다리기는 ⑤ 학급인원 전체가 참석하기로 한다.

- ① 키가 작은 학생
- ② 빠른 학생
- ③ 목소리가 큰 학생
- ④ 키가 큰 학생
- ⑤ 학급인원 전체

해설

⑤ 학급인원 전체가 집합이다.

7. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 4 의 배수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $10 \in A$

② $14 \in A$

③ $16 \notin A$

④ $18 \notin A$

⑤ $20 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 12, 16 이므로 $18 \notin A$ 이다.

8. 다음 중 옳은 것은?

① $\emptyset \in \{\{\emptyset\}\}$

② $\{1\} \subset \{1, \{1\}\}$

③ $n(\{1, \{1\}\}) = 1$

④ $1 \subset \{1, \{1\}\}$

⑤ $\{1, 2\} \subset \{1, \{2\}\}$

해설

① $\emptyset \subset \{\{\emptyset\}\}$

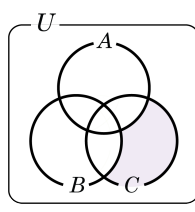
③ $n(\{1, \{1\}\}) = 2$

④ $1 \in \{1, \{1\}\}$

⑤ $2 \notin \{1, \{2\}\}$ 이므로 $\{1, 2\} \not\subset \{1, \{2\}\}$

9. 아래 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합을 바르게 나타낸 것은?

- ① $(A \cup B) \cap C$ ② $(A \cap B)^c \cap C$
 ③ $(A \cup B)^c \cap C$ ④ $(A \cup B)^c \cup C$
 ⑤ $(A \cup B)^c \cap C^c$



해설

그림을 보면 $C - (A \cup B)$ 임을 알 수 있다.
 $\therefore C - (A \cup B) = C \cap (A \cup B)^c$

10. 다음 보기는 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x)$ 를 나타낸 것이다. 역함수가 존재하는 것을 모두 고르면 무엇인가?

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$$
$$\textcircled{\text{㉡}} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x \geq 1) \\ 1 - x & (x < 1) \end{cases}$$
$$\textcircled{\text{㉢}} \quad f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ x + 3 & (x < 0) \end{cases}$$

- ① ㉠

② ㉡

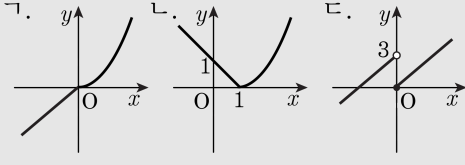
③ ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $f(x)$ 가 일대일대응일 때
역함수가 존재한다.
이 때, 보기의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서, 함수 ㉠이 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

11. 유리함수 $f(x) = \frac{ax}{3x+2}$ 와 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

역함수의 식은 $x = \frac{ay}{3y+2}$

$$3xy + 2x = ay$$

$$\therefore y = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3x-a}$$

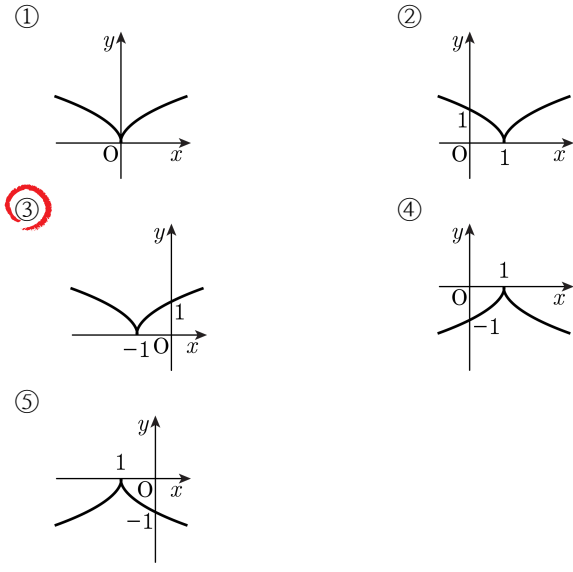
모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{ax}{3x+2} = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore a = -2$$

12. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$
 $x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로
3번이 정답임.

13. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$$

$$n(A) = 10$$

14. 세 집합 $A = \{1, 5, 7, 11\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{미만의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(B \cap (A \cup C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다.

$(A \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 11\}$ 이고 이것과 B 의 교집합을 구하면 $\{1, 2, 4, 6\}$ 이다.

따라서 원소의 개수는 4개이다.

15. 양수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 - a^2x + 2 \neq 0$ 이면 $x \neq 1$ 이다.'가 참이기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

' $x = 1$ 이면 $ax^2 - a^2x + 2 = 0$ 이다.'가 참이므로

$$a - a^2 + 2 = 0, \quad a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a + 1)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 2$$

$$a > 0 \text{이므로 } a = 2$$

16. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2)$, $(3, 6)$ 을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 11개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때
 $2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$
 $\therefore k = 2$
 또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때
 $6 = \sqrt{3k}, \quad 3k = 36$
 $\therefore k = 12$
 따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는
 $2 \leq k \leq 12$ 이므로
 정수 k 는 $2, 3, 4, \dots, 12$ 의 11개다.

17. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수 : $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$

18. 500 원짜리 동전이 2 개, 100 원짜리 동전이 3 개, 50 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수는?

① 59 ② 72 ③ 105 ④ 132 ⑤ 164

해설

각각 지불할 수 있는 방법의 수가 3, 4, 5 가지 이므로
 $3 \times 4 \times 5 = 60$
여기서 지불하지 않는 경우를 빼준다.
 $\therefore 60 - 1 = 59$

19. 100원짜리 동전 4개, 50원짜리 동전 2개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 총합을 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 92가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을

사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1가지이다

그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므

∴ (지불 방법의 수) = $(4+1)(2+1)(3+1) - 1 = 59$
50원짜리 동전이 2개가 되면 100 원을 지불할 수 있으므로, 지불 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100원짜리 동전 4개를 50

원짜리 동전 8개로 바꿔 생각한다.

즈 50억짜리 토적 10개와 10억짜리

즉, 50원짜리 동전 10개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는
경우이 승려 계산하며 된다.

경우의 수를 계산하면 된다.

$$\therefore (\text{지불 금액의 수}) = (10 + 1)(3 + 1) - 1 = 43$$

$$\therefore 59 + 43 = 92(\text{가지})$$

20. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$$(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$$
 $(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$
 $(4, 1, 2, 3), (4, 2, 1, 3), (4, 3, 2, 1)$ $(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$

$\therefore 9$ 가지

21. 어떤 학교의 농구 동아리 A 와 B 는 올해 신입생이 각각 n 명과 7명이다. 5명의 신입생 연합 팀을 구성하여 다른 학교와 시합을 하려고 할 때, 동아리 A 의 신입생 2명과 동아리 B 의 신입생 3명으로 구성하는 방법의 수가 525가지이다. 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

동아리 A 의 신입생 n 명 중에서 2명을 선택하는 방법의수는 ${}_nC_2$ 이고, 동아리 B 의 신입생 7명 중에서 3명을 선택하는 방법의 수는 ${}_7C_3$ 이므로 구하는 방법의 수는 ${}_nC_2 \times {}_7C_3 = 525$ 에서 $\frac{n(n-1)}{2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 525$ 이므로 $n(n-1) = 30$
 $\therefore n = 6$

22. $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

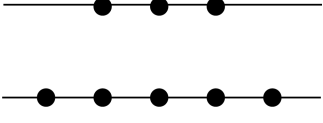
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 1, 2, 3에 대응될 원소 3개를 뽑으면 된다.
 ${}_5C_3 = 10$

23. 그림과 같이 두 평행선 위에 8개의 점이 있다. 주어진 점을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?

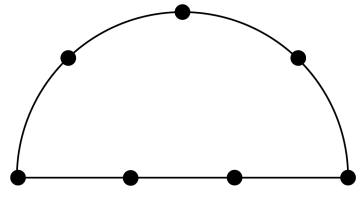


- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

윗줄의 점 3 개 중 하나를 선택하고 아래줄
5 개 점 중 하나를 선택하여 직선을 만든다.
 $\Rightarrow {}_3C_1 \times {}_5C_1 = 15$
윗줄, 아래줄 모두 직선이 하나씩 있다.
 $\therefore 15 + 1 + 1 = 17$

24. 다음 그림과 같이 반원 위에 7 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 27개 ② 28개 ③ 31개 ④ 32개 ⑤ 34개

해설

전체에서 점 3개를 고르는 경우에서 밑변 (일직선) 위의 점 중에 3개를 고르는 경우를 제한다.

$${}^7C_3 - {}_4C_3 = 31$$

25. 11 명의 학생을 3 명, 3 명, 5 명의 3 개의 조로 나누어 과학실, 화장실, 식당을 청소하도록 하는 방법의 수는?

① 4620

② 6930

③ 13860

④ 27720

⑤ 55440

해설

$${}_{11}C_3 \times {}_8C_3 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 27720$$