

1. B(4, 2), C(0, 5) 인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 1) 일 때, 꼭짓점 A의 좌표를 구하면?

① $A(-2, -3)$

② $A(-2, -4)$

③ $A(-1, -4)$

④ $A(-1, -3)$

⑤ $A(-1, 4)$

해설

A(x, y)라 하면

$$\frac{x + 4 + 0}{3} = 1, \frac{y + 2 + 5}{3} = 1$$

$$\therefore x = -1, y = -4$$

2. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은?

① $x + y = 3$

② $2x - y = 0$

③ $x - 2y = -3$

④ $2x + y = 4$

⑤ $x + 2y = 5$

해설

원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5$$

$$\therefore x + 2y = 5$$

3. 두 점 $A(-1, 2)$, $B(4, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 와 y 축 위의 점 Q 의 좌표를 구하면?

① $P(2.4, -1)$, $Q(0, 6)$

② $P(3.6, 0)$, $Q(-1, 6)$

③ $P(3.6, 0)$, $Q(0, 6)$

④ $P(2.4, 0)$, $Q(0, 5)$

⑤ $P(3.6, 0)$, $Q(-1, 2)$

해설

$A(-1, 2)$, $B(4, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 $P(x, 0)$ 과 $Q(0, y)$ 를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2 + 2^2} = \sqrt{(x-4)^2 + 5^2}$

양변을 정리하면 $10x = 36 \therefore x = 3.6 \therefore P(3.6, 0)$

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2 + (y-2)^2} = \sqrt{4^2 + (y-5)^2}$

양변을 정리하면 $6y = 36 \therefore y = 6 \therefore Q(0, 6)$

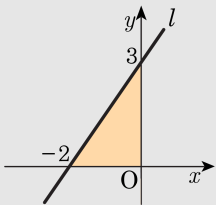
4. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도식해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

5. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \textcircled{7}\end{aligned}$$

⑦ 이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

6. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이 반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 k 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x - k)^2 + (y + k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

반지름의 길이가 1 이므로

$$\textcircled{1} \text{에서 } -k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0, (k - 1)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

따라서 합은 4이다.

7. 두 점 $A(-5, 1)$, $B(3, 7)$ 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$A(-5, 1)$ $B(3, 7)$ 이 지름의 양끝이므로
 $\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.

중점

$$M = \left(\frac{-5 + 3}{2}, \frac{1 + 7}{2} \right) = (-1, 4) = (a, b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5 + 1)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore a + b + r = -1 + 4 + 5 = 8$$

8. 다음 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선 $y = x + 5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > 3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

9. 직선 $y = -2x + a$ 가 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에 의하여 잘려지는 선분의 길이를 최대로 하는 a 의 값은 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에서

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

직선 $y = -2x + a$ 가 원의 중심 $(2, 1)$ 을 지날 때, 잘린 선분의 길이가 최대이므로

$$a = 2 \times 2 + 1 = 5$$

10. $\triangle ABC$ 에서 $A(6, 1)$, $B(-1, 2)$, $C(2, 3)$ 이라 한다. 이 삼각형의 외접원의 반지름을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

외심을 $P(a, b)$ 라 하면

$$(1) \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2 \\ \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PC}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 를 각각 전개하여 정리하면

$$7a - b - 16 = 0, \quad 2a - b - 6 = 0$$

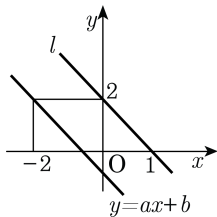
연립하여 풀면 $a = 2$, $b = -2$

따라서 외심은 $(2, -2)$ 이다.

$$(2) \overline{PA}^2 = (2-6)^2 + (-2-1)^2 = 25$$

$$\therefore \overline{PA} = 5$$

11. 다음 직선 l 과 평행하면서 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은 ?



① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

그림의 직선의 기울기는 -2 이므로
구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지난다.

$$y - 2 = -2(x + 2), y = -2x - 2$$

$y = -2x - 2, a = -2, b = -2$ 이므로,

$$\therefore a + b = -4$$

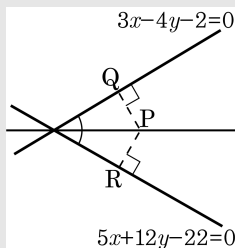
12. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 양수, a, b, c 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P 에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X - 4Y - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|5X + 12Y - 22|}{\sqrt{25 + 144}}$$

$$13(3X - 4Y - 2) = \pm 5(5X + 12Y - 22)$$

즉, $13(3X - 4Y - 2) = 5(5X + 12Y - 22)$ 또는

$13(3X - 4Y - 2) = -5(5X + 12Y - 22)$ 정리하면

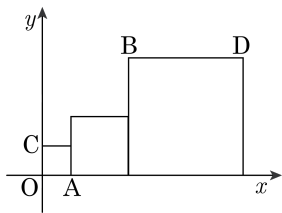
$x - 8y + 6 = 0$ 또는 $8x + y - 17 = 0$ 에서

기울기가 양이므로

$$\therefore x - 8y + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

13. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 $C(0, 4)$, 점 $D(21, 12)$ 일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?



① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 21

해설

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로

점 $A(4, 0)$ 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로

점 $B(9, 12)$

즉, $B(9, 12)$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$$

14. 두 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$, $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 4$ 의 공통접선의 길이는?

① 4

② $\sqrt{17}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{19}$

⑤ $2\sqrt{5}$

해설

두 원의 중심거리와 반지름의 차를 이용하여 구한다.

$$\therefore l = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2 - 1^2} = \sqrt{17}$$

