

1. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1, 0, 1$

② $0, 1, 2$

③ $-1, 0, 1, 2$

④ $-2, -1, 0, 1$

⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

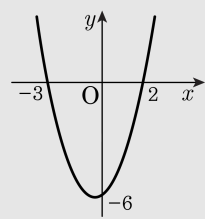
$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1, 0, 1, 2$ 이다.

2. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

- ① $x < -3$ 또는 $x > 2$ ② $x < -2$ 또는 $x > 3$
③ $x < -1$ 또는 $x > 4$ ④ $x < 0$ 또는 $x > 5$
⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

3. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$

② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(x + 2)^2 + 2^2 = (x - 5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$
 $\therefore$ P $(3, 0)$

4. 직선 $y = -2x + 4$ 에 평행하고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = \frac{1}{2}x + 1$ ② $y = -2x - \frac{1}{2}$ ③ $y = -2x - 2$
④ $y = -2x + 1$ ⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 직선이 평행하므로 기울기가 같고 구하고자 하는 직선의 기울기는 -2

따라서 기울기가 -2 이고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 3 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 1$$

5. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

6. 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 옳게 짝지어진 것은?

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{2}{3}$
③ $y = -3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{2}{3}$
④ $y = 2x^2 + 12x \Rightarrow x = 3$ 일 때, 최댓값 -3
⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{5}{4}$

해설

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$
④ $y = 2x^2 + 12x = 2(x+3)^2 - 18$
 $\Rightarrow x = -3$ 일 때, 최솟값 -18
⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$
 $\Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{5}{4}$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 5(x-9) < 4x-7 \\ 4x-7 \leq 5(x-8) \end{cases}$ 을 만족하는 해집합 중에서 가장 작은 정수는?

① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

해설

$$\begin{aligned} 5x - 45 &< 4x - 7, & x &< 38 \\ 4x - 7 &\leq 5x - 40, & 33 &\leq x \\ \therefore 33 &\leq x < 38 \end{aligned}$$

8. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면
 $-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$
 $0 \leq x^2 \leq 16$
 $\therefore -4 \leq x \leq 4$
 $k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면
 $-k < x - 2 < k$
 $-k + 2 < x < k + 2$
이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면
 $-k + 2 \geq -4$, $k + 2 \leq 4$ 이어야 하므로
 $k \leq 6$, $k \leq 2$
 $\therefore 0 < k \leq 2$
따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

9. 두 점 A(1,3) B(4,0) 을 잇는 선분 AB 를 2 : 1 로내분하는 점 P 와
외분하는 점 Q라 할 때 선분 PQ의 거리를 구하면?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

내분점, 외분점을 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, \frac{2 \times 0 + 1 \times 3}{2 + 1} \right) = (3, 1) \quad Q =$$

$$\left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, \frac{2 \times 0 - 1 \times 3}{2 - 1} \right) = (7, -3)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

10. 세 점 A $(-1, 1)$, B $(-3, -2)$, C $(2, -1)$ 에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 D의 좌표를 정하면?

㉠ $(4, 2)$

㉡ $(2, 4)$

㉢ $(3, 5)$

㉣ $(5, 3)$

㉤ $(1, -5)$

해설

D (a, b) 라 두면 평행사변형의 성질로부터
대각선 $\overline{AD}$ 의 중점과 $\overline{BC}$ 의 중점은 일치한다.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}, 0\right) = \left(\frac{a-3}{2}, \frac{b-2}{2}\right)$$

$$\therefore a = 4, b = 2$$

11. 두 직선 $y = 3x + 2$, $y = 4x - 1$ 의 교점을 지나는 직선 중 x 절편과 y 절편이 같은 직선을 구하면?

① $x + y - 14 = 0$

② $-x + y - 14 = 0$

③ $x - y - 14 = 0$

④ $x + y + 14 = 0$

⑤ $-x + y + 14 = 0$

해설

두 직선 $y = 3x + 2$, $y = 4x - 1$ 의

교점을 지나는 직선은

$$(3x - y + 2) \cdot m + (4x - y - 1) = 0$$

(m 은 상수) 로 나타낼 수 있다.

$$\therefore (3m + 4)x - (m + 1)y + (2m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3m + 4}{m + 1}x + \frac{2m - 1}{m + 1}$$

x 절편과 y 절편이 같으므로

이 직선의 기울기는 -1 이다.

$$\text{따라서, } \frac{3m + 4}{m + 1} = -1$$

$$\therefore m = -\frac{5}{4}$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은 $x + y - 14 = 0$

(별해)

두 직선의 교점을 구하면 $3x + 2 = 4x - 1$ 에서

$$x = 3, y = 11$$

x 절편, y 절편이 같으면 기울기가 -1 이므로

$$y - 11 = -1(x - 3)$$

$$\text{따라서, } y = -x + 14$$

12. 다음은 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 대하여 기울기가 m 인 접선의 방정식을 구하는 과정이다.

원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하고 기울기가 m 인
접선의 방정식을 $y = mx + k$ 라 하자.
직선 $y = mx + k$ 를 원의 방정식
 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 대입하여 정리하면,
 $(1 + m^2)x^2 + 2mkx + \boxed{(가)}$ $= 0$
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로
 $D = 0$ 에서
 $k = \pm \boxed{(나)}$
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y = mx \pm \boxed{(나)}$

(가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $r^2 - k^2, r\sqrt{m^2 + 1}$
- ② $r^2 - k^2, r\sqrt{m^2 - 1}$
- ③ $k^2 - r^2, \sqrt{m^2 + 1}$
- ④ $k^2 - r^2, r\sqrt{m^2 + 1}$
- ⑤ $k^2 - r^2, r\sqrt{m^2 - 1}$

해설

직선 $y = mx + k$ 를 원의 방정식 $x^2 + y^2 = r^2$ 에
대입하면, $x^2 + (mx + k)^2 = r^2$
 $(1 + m^2)x^2 + 2mkx + k^2 - r^2 = 0$
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면,
 $\frac{D}{4} = m^2k^2 - (1 + m^2)(k^2 - r^2) = m^2r^2 + r^2 - k^2$
원과 직선이 접하므로 $D = 0$,
즉 $r^2(m^2 + 1) = k^2, k = \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
따라서 구하는 접선의 방정식은
 $y = mx \pm r\sqrt{m^2 + 1}$
 $\therefore (가) : k^2 - r^2, (나) : r\sqrt{m^2 + 1}$

13. 다음 보기 중 항상 옳다고 할 수 없는 등식은?

- ㉠

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$
- ㉡

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
- ㉢

$(x^2+x+1)(x^2-x-1)=x^4+x+1$
- ㉣

$x^2-x-2=(x-2)(x+1)$
- ㉤

$(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

㉢ $x+1=A$ 로 치환하여 전개하면
 $(x^2+A)(x^2-A)=x^4-A^2=x^4-x^2-2x-1$

14. 다음 중 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 의 인수인 것은?

- ① $2x + y - 2$ ② $2x - y + 2$ ③ $x - y + 1$
④ $x + y - 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $2x^2 - (y + 4)x - y^2 + y + 2$
 $= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2)$
 $= (2x + (y - 2))(x - (y + 1))$
 $= (2x + y - 2)(x - y - 1)$

15. $\frac{2007^3 - 1}{2007 \times 2008 + 1}$ 의 값은?

- ① 2004 ② 2005 ③ 2006 ④ 2007 ⑤ 2008

해설

2007 = a 로 놓고

주어진 식을 a 에 대한 식으로 변형하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{a(a + 1) + 1} &= \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1} \\ &= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\ &= a - 1 = 2007 - 1 = 2006\end{aligned}$$

16. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2kx + k^2 - 4k - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 음의 실근을 가질 때, 상수 k 의 값의 범위는 $a < k < b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{7}{4}$ ④ $-\frac{9}{4}$ ⑤ $-\frac{11}{4}$

해설

$x^2 - 2kx + k^2 - 4k - 5 = 0$ 이 서로 다른 실근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k^2 - 4k - 5) = k^2 - k^2 + 4k + 5 > 0$$

$$\therefore k > -\frac{5}{4} \dots \textcircled{1}$$

두 근이 음수이므로

$$\text{두 근의 합 } 2k < 0 \quad \therefore k < 0 \dots \textcircled{2}$$

두 근의 곱은

$$k^2 - 4k - 5 > 0 \text{에서 } (k+1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < -1, k > 5 \dots \textcircled{3}$$

$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의해

$$-\frac{5}{4} < k < -1$$

$$\therefore a = -\frac{5}{4}, b = -1$$

$$a + b = -\frac{5}{4} - 1 = -\frac{9}{4}$$

17. 계수가 유리수인 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 한근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{c-b}{a}$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

계수가 유리수인 이차방정식에서 $2 - \sqrt{3}$ 이 근이면 $2 + \sqrt{3}$ 도 근이므로

$$\text{근과 계수의 관계에 의하여 } -\frac{b}{a} = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

$$\frac{c}{a} = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore \frac{c-b}{a} = \frac{c}{a} + \left(-\frac{b}{a}\right) = 1 + 4 = 5$$

18. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{2}{5} > x - 0.6 \\ 2 - \frac{x+2}{3} < \frac{x-4}{9} \end{cases}$ 의 해는?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x > 4$

④ $3 < x < 4$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $\frac{2}{3}x + \frac{2}{5} > x - 0.6$ 에서 $20x + 12 > 30x - 18$

$\therefore x < 3$

(ii) $2 - \frac{x+2}{3} < \frac{x-4}{9}$ 에서 $18 - 3x - 6 < x - 4$

$\therefore x > 4$

연립방정식의 해는 $x < 3, x > 4$ 이므로 해가 없다.

19. 두 점 $A(-2, -3)$, $B(-5, 4)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0, -2)$

② $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

③ $(0, 1)$

④ $(0, 2)$

⑤ $\left(0, \frac{14}{3}\right)$

해설

P 의 좌표를 $(0, \alpha)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(0 - (-2))^2 + (\alpha - (-3))^2}$$

$$= \sqrt{(0 - (-5))^2 + (\alpha - 4)^2}, \alpha = 2$$

$$\therefore P = (0, 2)$$

20. 점 $(0, 2)$ 를 지나고, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선 중 기울기가 양수인 직선의 기울기는?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

접선의 기울기를 m 이라고 하면 점 $(0, 2)$ 를
지나는 접선은 $y = mx + 2$
원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선 $y = mx + 2$ 까지의
거리는 원의 반지름의 길이와 같다.

$$\text{즉, } \frac{2}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1$$

$$\therefore m = \sqrt{3} \text{ } (\because m > 0)$$