

1. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 > -3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $1 < x \leq 2$

② $1 \leq x < 2$

③ $x > 2$

④ $-1 \leq x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x-1 > -3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -1 < x \leq 2$$

2. 부등식 $|x - 2| + |x + 3| \geq -2x + 9$ 의 해는?

① $x \geq 2$

② $-3 \leq x \leq 2$

③ $1 < x \leq 2$

④ $x < 2$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$ 일 때,
 $-2x - 1 \geq -2x + 9, -1 \geq 9$
따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.
(ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때,
 $5 \geq -2x + 9$
 $2x \geq 4, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.
(iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $2x + 1 \geq -2x + 9$
 $4x \geq 8, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$ 이다.
세 범위의 해를 연립하면 결과는
 $\therefore x \geq 2$

3. 직선 $x + 4y = 4$ 가 x 축, y 축에 의하여 잘린 부분의 길이는 (가) 이고, 이 직선과 양축에 의하여 둘러싸인 도형의 넓이는 (나)이다. (가), (나)에 알맞은 값은?

① $\sqrt{15}$, 2

② $4, 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{17}$, 2

④ $3\sqrt{2}$, 2

⑤ $\sqrt{17}$, $2\sqrt{17}$

해설

$\frac{x}{4} + y = 1$ 에서 x 절편은 4,
 y 절편은 1 이므로 길이는 $\sqrt{17}$, 넓이는 2

4. 좌표평면 위의 점 $(4, -2)$ 을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시키면 점 (a, b) 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -0

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$y = x$ 대칭 : $x \rightarrow y, y \rightarrow x$

$\therefore (4, -2) \rightarrow (-2, 4) = (a, b)$ 에서 $a + b = 2$

5. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + k$ 의 최댓값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = -3x^2 - 6x + k = -3(x^2 + 2x + 1) + k + 3 = -3(x + 1)^2 + k + 3$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, k + 3)$ 이다.

주어진 함수는 위로 볼록한 함수이므로 꼭짓점의 y 의 값이 최댓값이 된다.

$$\therefore k + 3 = \frac{5}{2} \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

6. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 20x - 16 = 0$ 의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

- ① 25 ② 20 ③ 10 ④ 7 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + 5x^3 - 20x - 16 \\ &= (x+1)(x^3 + 4x^2 - 4x - 16) \\ &= (x+1)(x+4)(x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x-2) \\ &\text{따라서 네근은 } -1, -2, -4, 2 \\ &\therefore \text{네근의 제곱의 합은 } 1 + 4 + 16 + 4 = 25 \end{aligned}$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+2 \geq -13 \\ x-1 \geq 2x \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① 해가없다

② $1 \leq x \leq 5$

③ $-5 \leq x \leq 1$

④ $-1 \leq x \leq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

부등식 $3x+2 \geq -13$ 을 풀면

$$3x+2 \geq -13$$

$$\therefore x \geq -5$$

부등식 $x-1 \geq 2x$ 을 풀면

$$x-1 \geq 2x$$

$$\therefore x \leq -1$$

$$\therefore -5 \leq x \leq -1$$

8. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

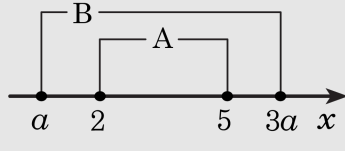
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

9. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
 $\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$
이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여
 $\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$
 $\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$
 $\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160$ 이므로
 $\textcircled{1}$ 에 의해 $2a^2 - 4a + 90 = 160$
 $\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은
2이다.

10. 수직선 위의 두 점 A(-1), B(5)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

① 14 ② 10 ③ 16 ④ 7 ⑤ 18

해설

P(x)로 놓으면

$$x = \frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot (-1)}{2 + 1} = 3,$$

$$y = \frac{3 \cdot 5 - 2 \cdot (-1)}{3 - 2} = 17$$

$$\therefore \overline{PQ} = 17 - 3 = 14$$

11. 직선 $y = mx + n (m \neq 0)$ 은 직선 $ax + by + c = 0$ 에 평행하고, 직선 $px + qy + r = 0$ 에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

- ☐ ㉠ $a + bm = 0$
- ☐ ㉡ $p + qm = 0$
- ☐ ㉢ $ap + bq = 0$

- ☒ ㉠ ☐ ㉡
- ☐ ㉢ ☐ ㉡, ㉢
- ☐ ㉣ ☐ ㉠, ㉢
- ☐ ㉤ ☐ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$y = mx + n \cdots \textcircled{1}$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{2}$

$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots \textcircled{3}$

I) $\textcircled{1} // \textcircled{2} : m = -\frac{a}{b}$

$\therefore a + bm = 0$

II) $\textcircled{1} \perp \textcircled{3} : m \left(-\frac{p}{q} \right) = -1$

$\therefore mp - q = 0$

12. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$, $y = ax + 2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$$2x - y - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - 2y - 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$y = ax + 2 \cdots \textcircled{3}$ 이라 할 때,

①, ②의 교점이 ③위에 있으면, 한 점에서 만나므로

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 0$$

두 직선의 교점 (2, 0) 이 직선 $y = ax + 2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$$0 = 2a + 2, 2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$

13. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ ② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$
⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

14. $x^4 - 23x^2y^2 + y^4$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

② $(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$

③ $(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

④ $(x^2 + 4xy + y^2)(x^2 - 4xy + y^2)$

⑤ $(x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 25x^2y^2 \\ &= (x^2 + y^2)^2 - (5xy)^2 \\ &= (x^2 + y^2 + 5xy)(x^2 + y^2 - 5xy) \\ &= (x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)\end{aligned}$$

15. $x + y - 1 = 0$ 일 때, 다음 중 $2x^2 + y^2 - xy - 8$ 의 인수인 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $4x + 5$

⑤ $4x + 7$

해설

$$\begin{aligned} & x + y - 1 = 0 \text{ 에서 } y = -x + 1 \\ \therefore & 2x^2 + y^2 - xy - 8 \\ &= 2x^2 + (-x + 1)^2 - x(-x + 1) - 8 \\ &= 4x^2 - 3x - 7 \\ &= (4x - 7)(x + 1) \end{aligned}$$

16. 두 다항식 x^2+x-2 , x^3+2x^2-3x 의 최대공약수를 $G(x)$, 최소공배수를 $L(x)$ 라 할 때, $G(2)+L(2)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 11 ③ 21 ④ 31 ⑤ 41

해설

$$\begin{aligned}x^2+x-2 &= (x+2)(x-1) \\x^3+2x^2-3x &= x(x-1)(x+3) \\\therefore G(x) &= x-1 \\L(x) &= x(x-1)(x+2)(x+3) \\\therefore G(2)+L(2) &= 1+40=41\end{aligned}$$

17. $\alpha = 1 + i$, $\beta = 1 - i$ 일 때, $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= 2, \alpha\beta = 2 \\ \frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} \\ &= \frac{8 - 12}{2} \\ &= -2\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에 대한 설명으로 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는? (단, a, b, c, p, q 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- ㉠ 판별식은 $b^2 - 4ac$ 이다.
- ㉡ 두 근의 합은 $\frac{b}{a}$ 이다.
- ㉢ $a < 0, c < 0$ 이면 허근만 갖는다.
- ㉣ $a > 0, c < 0$ 이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㉤ 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이다.
- ㉥ 한 근이 $p + qi$ 이면 다른 한 근은 $q - pi$ 이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 실계수 방정식에서만 판별식을 사용할 수 있다. 현재 a, b, c 가 실수이므로 판별식 사용 가능 (참)
- ㉡ 두근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이다. (거짓)
- ㉢ $b^2 - 4ac$ 에서 $ac > 0$ 이다.
하지만 $b^2 < 4ac$ 인 경우만 허근을 가짐 (거짓)
- ㉣ 판별식 $b^2 - 4ac$ 에서 $ac < 0$ 이므로 $b^2 - 4ac > 0$ (참)
- ㉤ 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이다. (참)
- ㉥ 실계수 방정식에서 한 근이 $p + qi$ 이면 $p - qi$ 가 또 다른 한 근이다.(거짓)

19. 이차방정식 $(a-b)x^2 + (b-c)x + (c-a) = 0$ 이 중근을 가질 조건을 구하면?(단, $a \neq b$)

① $a = b + c$

② $2a = b + c$

③ $a = b - c$

④ $2a = b - c$

⑤ $2a = 2b - c$

해설

$$\begin{aligned} D &= (b-c)^2 - 4(a-b)(c-a) \\ &= b^2 + c^2 - 2bc - 4(ac - a^2 - bc + ab) \\ &= 4a^2 + b^2 + c^2 - 4ac + 2bc - 4ab \\ &= (2a - b - c)^2 \end{aligned}$$

준식이 중근을 가져야 하므로

$D = 0$ 이어야 한다.

따라서, $(2a - b - c)^2 = 0$, $2a - b - c = 0$

$\therefore 2a = b + c$

20. 부등식 $-x < x^2 < 2x + 1$ 의 해를 구하면?

① $x < -1$ 또는 $x > 0$

② $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$

③ $0 < x < 1 + \sqrt{2}$

④ $-1 < x < 0$

⑤ $x < -\sqrt{2}$
또는 $x > 1 + \sqrt{2}$

해설

$$-x < x^2 < 2x + 1$$

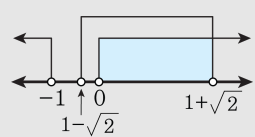
$$\begin{cases} -x < x^2 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 < 2x + 1 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} \quad 0 < x^2 + x, \quad x(x + 1) > 0$$

$$\therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 0$$

$$\textcircled{㉡} \quad x^2 - 2x - 1 < 0,$$

$$\therefore 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$$



두 부등식의 공통부분은

$$\therefore 0 < x < 1 + \sqrt{2}$$