1. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1>-3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $1 < x \leq 2$　② $1 \leq x < 2$　③ $x > 2$

④ $-1 \leq x < 2$　⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$\begin{cases} 2x-1>-3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x \leq 2 \end{cases}$

$\Rightarrow -1 < x \leq 2$

2. 부등식 $|x-2|+|x+3| \geq -2x+9$의 해는?

① $x \geq 2$　　② $-3 \leq x \leq 2$　　③ $1 < x \leq 2$

④ $x < 2$　　⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$일 때,

$-2x-1 \geq -2x+9$, $-1 \geq 9$

따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.

(ii) $-3 \leq x < 2$일 때,

$5 \geq -2x+9$

$2x \geq 4$, $x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.

(iii) $x \geq 2$일 때,

$2x+1 \geq -2x+9$

$4x \geq 8$, $x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$이다.

세 범위의 해를 연립하면 결과는

$\therefore x \geq 2$

3. 직선 $x+4y=4$ 가 x 축, y 축에 의하여 잘린 부분의 길이는 (가)이고, 이 직선과 양축에 의하여 둘러싸인 도형의 넓이는 (나)이다. (가), (나)에 알맞은 값은?

① $\sqrt{15},\ 2$ ② $4,\ 2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{17},\ 2$

④ $3\sqrt{2},\ 2$ ⑤ $\sqrt{17},\ 2\sqrt{17}$

해설

$\frac{x}{4}+y=1$ 에서 x 절편은 4,

y 절편은 1이므로 길이는 $\sqrt{17}$, 넓이는 2

4. 좌표평면 위의 점 $(4,\ -2)$ 을 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시키면 점 $(a,\ b)$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① -2　　② -0　　③ 2　　④ 4　　⑤ 6

해설

$y = x$ 대칭 : $x \to y, y \to x$

$\therefore (4,\ -2) \to (-2,\ 4) = (a,\ b)$ 에서 $a + b = 2$

5. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + k$ 의 최댓값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = -3x^2 - 6x + k = -3(x^2 + 2x + 1) + k + 3 = -3(x+1)^2 + k + 3$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, k+3)$ 이다.

주어진 함수는 위로 볼록한 함수이므로 꼭짓점의 y 의 값이 최댓값이 된다.

$\therefore\ k + 3 = \frac{5}{2} \qquad \therefore\ k = -\frac{1}{2}$

6. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 20x - 16 = 0$의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

① 25　　② 20　　③ 10　　④ 7　　⑤ 4

해설

$x^4 + 5x^3 - 20x - 16$

$= (x+1)(x^3 + 4x^2 - 4x - 16)$

$= (x+1)(x+4)(x^2 - 4)$

$= (x+1)(x+4)(x+2)(x-2)$

따라서 네근은 $-1,\ -2,\ -4,\ 2$

$\therefore$ 네근의 제곱의 합은 $1 + 4 + 16 + 4 = 25$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+2 \geq -13 \\ x-1 \geq 2x \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① 해가없다　② $1 \leq x \leq 5$　③ $-5 \leq x \leq 1$

④ $-1 \leq x \leq 5$　⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

부등식 $3x+2 \geq -13$을 풀면

$3x+2 \geq -13$

$\therefore\ x \geq -5$

부등식 $x-1 \geq 2x$을 풀면

$x-1 \geq 2x$

$\therefore\ x \leq -1$

$\therefore\ -5 \leq x \leq -1$

8. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$
② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$
③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$
⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$

$x^2 - 7x + 10 \leq 0$

$(x-2)(x-5) \leq 0$

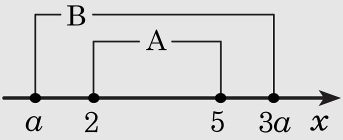
$2 \leq x \leq 5$

$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$

$(x-a)(x-3a) \leq 0$

$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2,\ 3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

9. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$가 $\angle\mathrm{A}$가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle\mathrm{A}$가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CA}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2 \cdots$ ㉠
이때, 세 점 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$에 대하여

$\overline{\mathrm{AB}}^2 = (-1-a)^2 + (-5-3)^2 = a^2 + 2a + 65$

$\overline{\mathrm{CA}}^2 = (a-3)^2 + (3-7)^2 = a^2 - 6a + 25$

$\overline{\mathrm{BC}}^2 = (3+1)^2 + (7+5)^2 = 160$ 이므로
㉠에 의해 $2a^2 - 4a + 90 = 160$
$\therefore\ a^2 - 2a - 35 = 0$
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a의 값들의 합은 2이다.

10. 수직선 위의 두 점 $A(-1)$, $B(5)$에 대하여 $\overline{AB}$를 $2:1$로 내분하는 점을 P, $3:2$로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하면?

① 14　② 10　③ 16　④ 7　⑤ 18

해설

$P(x)$로 놓으면

$$x=\frac{2\cdot5+1\cdot(-1)}{2+1}=3,$$

$$y=\frac{3\cdot5-2\cdot(-1)}{3-2}=17$$

$$\therefore\ \overline{PQ}=17-3=14$$

11. 직선 $y = mx + n(m \neq 0)$ 은 직선 $ax + by + c = 0$ 에 평행하고, 직선 $px + qy + r = 0$ 에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

㉠ $a + bm = 0$	㉡ $p + qm = 0$	㉢ $ap + bq = 0$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$y = mx + n \cdots ①$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots ②$

$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots ③$

Ⅰ) ① // ② : $m = -\frac{a}{b}$

$\therefore a + bm = 0$

Ⅱ) ①⊥③ : $m\left(-\frac{p}{q}\right) = -1$

$\therefore mp - q = 0$

12. 세 직선 $2x-y-4=0$, $x-2y-2=0$, $y=ax+2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$2x-y-4=0 \cdots$ ㉠

$x-2y-2=0 \cdots$ ㉡

$y=ax+2 \quad \cdots$ ㉢이라 할 때,

㉠, ㉡의 교점이 ㉢위에 있으면, 한 점에서 만나므로

㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $x=2,\ y=0$

두 직선의 교점 $(2,\ 0)$ 이 직선 $y=ax+2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$0=2a+2,\ 2a=-2$

$\therefore \quad a=-1$

13. $x^4 - 3x^2 + 1$을 인수분해 하면?

① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$

② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$

④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$

⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1) \end{aligned}$$

14. $x^4-23x^2y^2+y^4$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

② $(x^2+2xy+y^2)(x^2-2xy+y^2)$

③ $(x^2+3xy+y^2)(x^2-3xy+y^2)$

④ $(x^2+4xy+y^2)(x^2-4xy+y^2)$

⑤ $(x^2+5xy+y^2)(x^2-5xy+y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4+2x^2y^2+y^4-25x^2y^2\\ &= (x^2+y^2)^2-(5xy)^2\\ &= (x^2+y^2+5xy)(x^2+y^2-5xy)\\ &= (x^2+5xy+y^2)(x^2-5xy+y^2)\end{aligned}$$

15. $x+y-1=0$일 때, 다음 중 $2x^2+y^2-xy-8$의 인수인 것은?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $x+2$

④ $4x+5$ ⑤ $4x+7$

해설

$x+y-1=0$에서 $y=-x+1$

$\therefore\ 2x^2+y^2-xy-8$

$=2x^2+(-x+1)^2-x(-x+1)-8$

$=4x^2-3x-7$

$=(4x-7)(x+1)$

16. 두 다항식 x^2+x-2, x^3+2x^2-3x의 최대공약수를 $G(x)$, 최소공배수를 $L(x)$라 할 때, $G(2)+L(2)$의 값을 구하면?

① 1 ② 11 ③ 21 ④ 31 ⑤ 41

해설

$x^2+x-2=(x+2)(x-1)$

$x^3+2x^2-3x=x(x-1)(x+3)$

$\therefore G(x)=x-1$

$L(x)=x(x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore\ G(2)+L(2)=1+40=41$

17. $\alpha = 1 + i,\ \beta = 1 - i$ 일 때, $\dfrac{\alpha^2}{\beta} + \dfrac{\beta^2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$\alpha + \beta = 2,\ \alpha\beta = 2$

$$\begin{aligned}\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} \\ &= \frac{8 - 12}{2} \\ &= -2\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대한 설명으로 다음 <보기> 중 옳은 것의 개수는? (단, a, b, c, p, q 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

보기

㉠ 판별식은 b^2-4ac 이다.

㉡ 두 근의 합은 $\frac{b}{a}$ 이다.

㉢ $a<0$, $c<0$ 이면 허근만 갖는다.

㉣ $a>0$, $c<0$ 이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉤ 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이다.

㉥ 한 근이 $p+qi$ 이면 다른 한 근은 $q-pi$ 이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ 실계수 방정식에서만 판별식을 사용할 수 있다. 현재 a, b, c 가 실수이므로 판별식 사용 가능 (참)

㉡ 두근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이다. (거짓)

㉢ b^2-4ac 에서 $ac>0$ 이다.
하지만 $b^2<4ac$ 인 경우만 허근을 가짐 (거짓)

㉣ 판별식 b^2-4ac 에서 $ac<0$ 이므로 $b^2-4ac>0$ (참)

㉤ 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이다. (참)

㉥ 실계수 방정식에서 한 근이 $p+qi$ 이면 $p-qi$ 가 또 다른 한 근이다.(거짓)

19. 이차방정식 $(a-b)x^2+(b-c)x+(c-a)=0$이 중근을 가질 조건을 구하면?(단, $a \neq b$)

① $a=b+c$ ② $2a=b+c$ ③ $a=b-c$

④ $2a=b-c$ ⑤ $2a=2b-c$

해설

$$D=(b-c)^2-4(a-b)(c-a)$$
$$=b^2+c^2-2bc-4(ac-a^2-bc+ab)$$
$$=4a^2+b^2+c^2-4ac+2bc-4ab$$
$$=(2a-b-c)^2$$

준식이 중근을 가져야 하므로

$D=0$이어야 한다.

따라서, $(2a-b-c)^2=0,\ \ 2a-b-c=0$

$\therefore 2a=b+c$

20. 부등식 $-x < x^2 < 2x+1$의 해를 구하면?

① $x < -1$ 또는 $x > 0$
② $1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$
③ $0 < x < 1+\sqrt{2}$
④ $-1 < x < 0$
⑤ $x < -\sqrt{2}$ 또는 $x > 1+\sqrt{2}$

해설

$-x < x^2 < 2x+1$

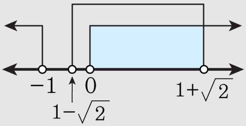
$$\begin{cases} -x < x^2 & \cdots ㉠ \\ x^2 < 2x+1 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $0 < x^2 + x,\ x(x+1) > 0$

$\therefore x < -1$ 또는 $x > 0$

㉡ $x^2 - 2x - 1 < 0,$

$\therefore 1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$



두 부등식의 공통부분은

$\therefore 0 < x < 1+\sqrt{2}$