

1. 점  $(1, 2)$  를 중심으로 하고 점  $(3, -2)$  를 지나는 원의 방정식은?

①  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

②  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 32$

③  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$

④  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 12$

⑤  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$

해설

원의 반지름을  $r$  이라 하면

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$  이  $(3, -2)$  를 지나므로

$$(3 - 1)^2 + (-2 - 2)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 20$$

$$\therefore (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$$

2. 원  $x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$  ( $k$ 는 임의의 실수)에 대하여 다음 중 반드시 옳은 것은?

- ① 반지름의 길이가 2 인 원이다.
- ② 원의 중심은  $y$  축 위에 있다.
- ③ 원은 두 점  $(0, -2), (0, 2)$ 를 지난다.
- ④ 원의 중심은 직선  $y = x$  위에 존재한다.
- ⑤ 원은 점  $(1, 0)$  을 지난다.

해설

$x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$  을 변형하면

$(x - k)^2 + y^2 = 4 + k^2$  이므로

$x = 0$  일 때,  $k$  에 관계없이  $y^2 = 4$

$\therefore y = \pm 2$

따라서 주어진 원은

$(0, -2), (0, 2)$ 의 두 점을 지난다.

또한, 원의 중심은  $x$  축 위에 있다

3. 세 점  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식이  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$  (단,  $r > 0$ )라고 할 때,  $a + b + r$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

### 해설

구하는 원의 방정식을

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$  으로 놓는다.

세 점  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(1, 1)$ 은

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

위의 점이므로 등식이 성립한다.

따라서 세 점을 대입한 식을 연립시키면

구하는 원의 방정식은  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  이다.

$x^2 + y^2 - 2x = 0$  을 정리하면

$(x-1)^2 + y^2 = 1$  이다.

따라서  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $r = 1$  이므로

$a + b + r = 2$  이다.

4. 방정식  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$  의 그래프가 원이 되도록 상수  $c$  의 값의 범위를 정하면?

①  $c < 1$

②  $c < 2$

③  $c < 3$

④  $c < 4$

⑤  $c < 5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 5 - c$$

$$\therefore (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - c \quad \leftarrow \quad 5 - c = r^2$$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$$5 - c > 0 \quad \leftarrow \quad r^2 > 0$$

$$\therefore c < 5$$

5. 점  $(2, 1)$  을 지나고  $x$  축,  $y$  축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

### 해설

원이 점  $(2, 1)$  을 지나고  $x$  축,  $y$  축에 접하면  
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이  $r$  이면  
중심이  $(r, r)$  이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한  $(2, 1)$  을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

6. 두 원  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $(x-4)^2 + y^2 = 4$  의 공통외접선의 길이를 구하면?

①  $\sqrt{5}$

②  $\sqrt{15}$

③ 0

④  $2\sqrt{5}$

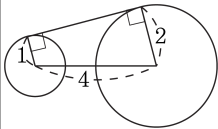
⑤ 5

해설

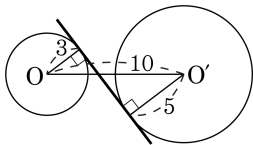
두 원의 중심간 거리는 4이다.

피타고라스의 정리에 의해 공통외접선의  
길이를 구하면

$$\sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} \text{ 이다.}$$



7. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는  $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

8. 점  $A(-2, 3)$  에서 원  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  에 그은 접선의 접점을  $B$  라 할 때,  $AB$  의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

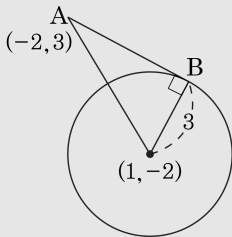
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은  $(1, -2)$ , 반지름은 3 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



9. 원  $x^2 + y^2 = 9$  위의 점  $(a, b)$  에서의 접선이 점  $(6, 6)$  을 지날 때,  $ab$  의 값은?

①  $-\frac{27}{8}$

②  $-\frac{15}{8}$

③  $-\frac{7}{8}$

④  $\frac{5}{8}$

⑤  $\frac{15}{8}$

해설

원 위의 점  $(a, b)$  에서의 접선의 방정식은

$ax + by = 9$  이고

이 접선이 점  $(6, 6)$  을 지나므로

$$6a + 6b = 9 \quad \therefore a + b = \frac{3}{2}$$

또, 점  $(a, b)$  는 원 위의 점이므로

$$a^2 + b^2 = 9$$

이때,  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$  에서

$$9 = \frac{9}{4} - 2ab \quad \therefore ab = -\frac{27}{8}$$

10. 원  $x^2 + y^2 = 4$  에 접하고 기울기가  $-\sqrt{3}$  인 직선의 방정식을 구하면?

①  $y = -\sqrt{2}x \pm 1$

②  $y = -\sqrt{2}x \pm 5$

③  $y = -\sqrt{3}x \pm 4$

④  $y = -\sqrt{3}x \pm 9$

⑤  $y = -\sqrt{5}x \pm 6$

해설

구하는 접선의 방정식은

$$y = (-\sqrt{3})x \pm 2\sqrt{1 + (-\sqrt{3})^2}$$

$$\therefore y = -\sqrt{3}x \pm 4$$

11. 중심이  $y$  축 위에 있고, 두 점  $A(-1, 0)$   $B(3, 2)$  를 지나는 원의 중심과 반지름의 길이  $r$  을 구하면?

①  $(0, 3), r = 10$

②  $(0, 3), r = \sqrt{10}$

③  $(0, 2), r = 10$

④  $(0, 2), r = \sqrt{10}$

⑤  $(0, -3), r = 10$

### 해설

중심이  $y$  축에 있는 원의 방정식은

$$x^2 + (y - a)^2 = r^2 \quad \dots \text{ ① 이다.}$$

$(-1, 0)$  을  $(3, 2)$  를 ① 에 각각 대입하면,

$$a^2 = r^2 - 1 \quad \dots \text{ ②}$$

$$(a - 2)^2 = r^2 - 9 \quad \dots \text{ ③}$$

③ 을 ② 에 대입하면,

$$a^2 = (a - 2)^2 + 8$$

$$\Rightarrow a = 3 \quad r = \sqrt{10}$$

$\therefore$  중심은  $(0, 3)$  , 반지름은  $\sqrt{10}$  이다.

12. 직선  $y = x + n$  과 원  $x^2 + y^2 = 8$  이 만나지 않도록 하는 자연수  $n$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점  $(0, 0)$  에서 직선  $y = x + n$  까지의 거리가 반지름의 길이  $2\sqrt{2}$  보다 크면 된다.

$$\frac{|n|}{\sqrt{2}} > 2\sqrt{2}$$

$\therefore n > 4$  ( $\because n$  은 자연수)

$\therefore$  최소의  $n$  은 5이다.

13. 원  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$  은  $x$  축과 두 점에서 만난다. 이 두 점 사이의 거리는 얼마인가?

①  $\sqrt{3}$

②  $2\sqrt{3}$

③  $2\sqrt{2}$

④  $3\sqrt{2}$

⑤  $4\sqrt{2}$

해설

$$(x^2 + 4x + 4 - 4) + (y^2 - 2y + 1 - 1) + 1 = 0$$

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

$x$  축과 만나는 점은  $y$  의 좌표가 0 이므로

$$(x + 2)^2 + 1^2 = 4$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{두 점의 거리는 } -2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

14. 직선  $(a-1)x - (a-2)y - 1 = 0$  이 원  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  의 넓이를 이등분할 때,  $a$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

#### 해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0, (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

따라서 원의 중심  $(1, 2)$  가 직선 위에 있으므로  $(a-1) \times 1 - (a-2) \times 2 - 1 = 0$

$$\therefore a = 2$$

15. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 = y^2 \\ (x-1)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$  의 해의 개수를 구하면?

① 없다.

② 1

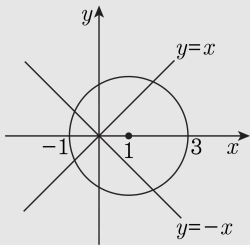
③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore x^2 = y^2 \Rightarrow y = \pm x$$



$$\therefore (x-1)^2 + y^2 = 2^2$$

즉, 해는 4 개이다.