

1. 점 $(-2, 3)$ 이 어떤 평행이동에 의하여 점 $(3, -1)$ 로 옮겨질 때, 점 $(1, -3)$ 은 같은 평행이동에 의하여 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(4, -5)$

② $(5, 6)$

③ $(6, -7)$

④ $(5, -7)$

⑤ $(6, 8)$

해설

점 $(-2, 3)$ 이 어떤 평행이동에 의하여
점 $(3, -1)$ 로 옮겨졌으므로 이 평행이동은
 x 축으로 5 만큼, y 축으로 -4 만큼 이동하는 것이다.
따라서 점 $(1, -3)$ 은 $(6, -7)$ 로 옮겨진다.

2. 평행이동 $(x,y) \rightarrow (x+1,y-1)$ 에 의하여 원점으로 옮겨지는 점은?

- ① $(-1,1)$ ② $(0,0)$ ③ $(1,-1)$
④ $(1,1)$ ⑤ $(-1,-1)$

해설

(a,b) 라 하면
 $(a+1,b-1) = (0,0)$
 $\therefore (a,b) = (-1,1)$

3. 직선 $2x - y + 3 = 0$ 을 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 이동하면 $2x + ay + b = 0$ 이 된다고 한다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$2x - y + 3 = 0$ 을 x 축 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 2 만큼 이동하면

$2(x + 1) - (y - 2) + 3 = 0$ 이 된다.

이 식을 정리하면 $2x - y + 7 = 0$ 이다.

따라서 $a + b = -1 + 7 = 6$

4. 점 $A(1, -2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(2, -1)$

② $(1, 3)$

③ $(1, 2)$

④ $(1, -1)$

⑤ $(0, -2)$

해설

$A(1, -2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 점은 $(-2, 1)$ 이다.
이 점을 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축 의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
 $(0, -2)$ 가 된다.

5. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 식을 정리하면 $3x + 4y + 1 = 0$
따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

6. 점 $(2, 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 점 $(2, 3)$ 을 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표와 같다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -10 ② -11 ③ -12 ④ -13 ⑤ -14

해설

점 $(2, 3)$ 을 원점 대칭 이동시킨 점은 $(-2, -3)$
이 점은 x 축으로 -4 , y 축으로 -6 만큼 평행이동 시킨 것과 같다
 $\therefore m + n = -4 - 6 = -10$

7. 원 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은?

- ① $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ② $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$
③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ④ $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$
⑤ $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

8. 도형 $y = 2x$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = 2x$

② $y = -2x$

③ $y = \frac{1}{2}x$

④ $y = -\frac{1}{2}x$

⑤ $y = 2x + 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

9. 점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한

점 Q 는 Q (2, -1)

또, 점 P (2, 1) 을 원점에 대하여

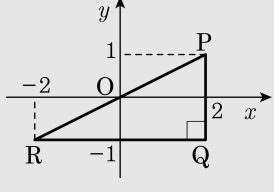
대칭이동한 점 R 는 R (-2, -1)

따라서, 다음 그림에서 세 점

P (2, 1), Q (2, -1), R (-2, -1) 을

꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



10. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

11. 포물선 $y = x^2 + 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하여 꼭짓점의 좌표가 $(3, 7)$ 인 포물선을 얻을 수 있다. 이때, $b - a$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

포물선 $y = x^2 + 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $y - b = (x - a)^2 + 3$
 $\therefore y = (x - a)^2 + b + 3$
이때, 꼭짓점의 좌표는 $(a, b + 3)$ 이므로
 $a = 3, b + 3 = 7 \quad \therefore b = 4$
 $\therefore b - a = 4 - 3 = 1$

12. 점 A $(-1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B , 점 B 를 점 $(0, k)$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이가 6 이다. 이 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

점 A $(-1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점 B $(1, 2)$ 이고, 점 C (x, y) 라고 하면 $\overline{BC}$ 의 중점이 $(0, k)$ 이므로

$$\frac{1+x}{2} = 0, \frac{2+y}{2} = k$$

$$\therefore x = -1, y = 2k - 2$$

$$\therefore C(-1, 2k - 2)$$

이 때, 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고

$$\overline{AB} = 1 - (-1) = 2, \overline{AC} = |2k - 4| \text{ 이므로}$$

삼각형 ABC 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot |2k - 4| = |2k - 4|$$

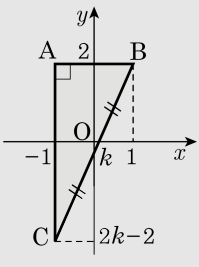
그런데 삼각형 ABC 의 넓이가 6 이므로

$$|2k - 4| = 6$$

$$2k - 4 = 6 \text{ 또는 } 2k - 4 = -6$$

$$\therefore k = 5 \text{ 또는 } k = -1$$

따라서, 모든 실수 k 의 값의 합은 4 이다.



13. 원 $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시켜 얻어진 도형을 다시 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시켰더니 x 축에 접하였다. 이 때, p 의 값은?

① 0 ② ± 1 ③ ± 2 ④ ± 3 ⑤ ± 4

해설

원 $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시키면 $y^2 + (x - 3)^2 = 1$ 이 된다.
이 도형을 다시 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시킨다고 했으므로 구하는 도형의 방정식은 $(y - p)^2 + (x - 3)^2 = 1$ 이다.
이 도형이 x 축에 접한다고 했으므로 p 는 ± 1

14. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 40 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①은 원 $(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 1$ 과

직선 $3x + ay + 6 = 0$ 에 대하여 대칭이므로

두 원의 중심 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의

중점이 직선 $3x + ay + 6 = 0$ 위에 있다.

두 점 $(5, 4)$, $(-1, 8)$ 을 이은 선분의 중점은

$$\left(\frac{5 + (-1)}{2}, \frac{4 + 8}{2} \right), \text{ 즉 } (2, 6) \text{ 이므로}$$

$$3 \cdot 2 + a \cdot 6 + 6 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

15. 점 $(1, 2)$ 를 직선 $y = 2x + 1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b) 라고 할 때, 실수 a, b 에 대하여 $5(a + b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 점 $(1, 2)$, (a, b) 를 이은 선분의 중점은

$$\left(\frac{1+a}{2}, \frac{2+b}{2} \right)$$

이 점이 직선 $y = 2x + 1$ 위의 점이므로

$$\frac{2+b}{2} = 2 \cdot \frac{1+a}{2} + 1$$

$$\therefore 2a - b = -2 \quad \text{.....㉠}$$

또한, 두 점 $(1, 2)$, (a, b) 를 지나는 직선이

직선 $y = 2x + 1$ 과 수직이므로

$$\frac{b-2}{a-1} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a + 2b = 5 \quad \text{.....㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = \frac{1}{5}, b = \frac{12}{5}$$

$$\text{따라서, } 5(a + b) = 5 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{12}{5} \right) = 5 \cdot \frac{13}{5} = 13$$

16. 점 A(3, 4) 를 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 라 할 때, A' 의 좌표는?

① (-3, 5)

② (-3, 8)

③ (3, 2)

④ (2, 5)

⑤ (5, 2)

해설

A' 를 (a, b) 라 하자

i) A' 과 (3, 4) 의 중점은 $x - y + 2 = 0$ 을 지난다.

$$\therefore \frac{a+3}{2} - \frac{b+4}{2} + 2 = 0$$

ii) A' 과 (3, 4) 를 잇는 직선과 직선 $x - y + 2 = 0$ 은 수직으로 만난다.

$$\therefore \frac{4-b}{3-a} = -1$$

i) 과 ii) 를 연립하여 a, b 를 구하면,

$$a = 2, b = 5$$

17. 두 점 A(-6, 1), B(2, 5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -3$

해설

두 점 A 와 B 가 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이므로

$\overline{AB}$ 의 중점 (-2, 3) 은 직선

$y = ax + b$ 위에 있다.

$$\therefore 3 = -2a + b \cdots \textcircled{1}$$

또한, 직선 AB 와 직선 $y = ax + b$ 가

서로 수직이므로

($\overline{AB}$ 의 기울기) $\times a = -1$ 에서

$$\frac{5-1}{2-(-6)} \times a = -1$$

$\therefore a = -2$ $a = -2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$b = -1 \therefore a + b = -3$$

18. 직선 $y = 2x - 1$ 에 대하여 점 $(3, 0)$ 의 대칭인 점의 좌표를 (a, b) 라 하면 $b - a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

구하려는 점을 (a, b) 라 하면, $(3, 0)$ 과 (a, b) 의 중점은 $y = 2x - 1$ 위를 지나고, 두 점을 이은 직선과 $y = 2x - 1$ 은 수직이다.

따라서 중점인 $\left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+0}{2}\right)$ 을

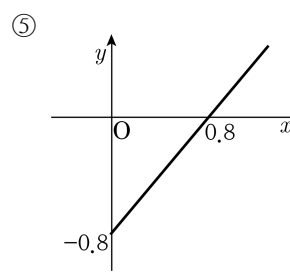
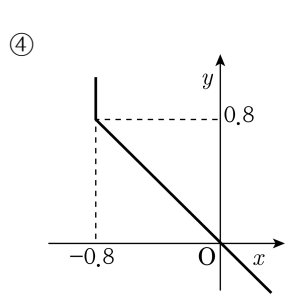
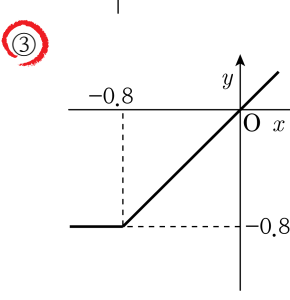
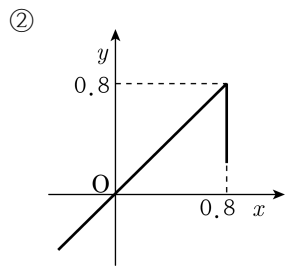
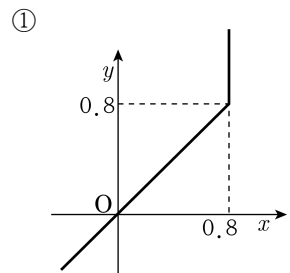
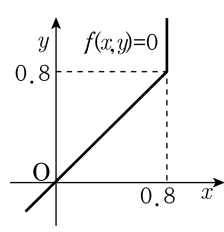
$y = 2x - 1$ 에 대입하면 $2a - b = -4 \cdots \textcircled{1}$

$y = 2x - 1$ 의 기울기가 2이므로 두 점을 지나는 기울기는

$\frac{b-0}{a-3} = -\frac{1}{2}, a + 2b = 3 \cdots \textcircled{2}$

따라서 ①, ②를 연립하면 $a = -1, b = 2$

19. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 오른쪽 그림과 같을 때, $f(-y, -x) = 0$ 이 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?



해설

$f(-y, -x) = 0$ 은 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
 이때, 꺾인 점 $(0.8, 0.8)$ 은 점 $(-0.8, -0.8)$ 로 옮겨진다.
 따라서, 구하는 도형을 좌표평면 위에 나타내면 ③과 같다.

20. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+a, x+b)$ 에 의해 점 $(1, 2)$ 가 점 $(-1, 4)$ 으로 옮겨질 때, 평행이동 f 에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(2, -2)$

② $(2, 2)$

③ $(2, 0)$

④ $(-2, 2)$

⑤ $(4, 2)$

해설

$$(1+a, 2+b) = (-1, 4)$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 2$$

$$\therefore (x+2, y+2) = (0, 0)$$

$$\Rightarrow x = 2, \quad y = -2$$

$$\Rightarrow (2, -2)$$