1. 점 $(-2,\ 3)$ 이 어떤 평행이동에 의하여 점 $(3, -1)$ 로 옮겨질 때, 점 $(1, -3)$ 은 같은 평행이동에 의하여 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(4, -5)$ ② $(5,\ 6)$ ③ $(6, -7)$

④ $(5, -7)$ ⑤ $(6,\ 8)$

해설

점 $(-2,\ 3)$ 이 어떤 평행이동에 의하여
점 $(3, -1)$ 로 옮겨졌으므로 이 평행이동은
x 축으로 5 만큼, y 축으로 -4 만큼 이동하는 것이다.
따라서 점 $(1, -3)$ 은 $(6, -7)$ 로 옮겨진다.

2. 평행이동 $(x, y) \to (x+1, y-1)$ 에 의하여 원점으로 옮겨지는 점은?

① $(-1, 1)$ ② $(0, 0)$ ③ $(1, -1)$

④ $(1, 1)$ ⑤ $(-1, -1)$

해설

(a, b) 라 하면

$(a+1, b-1) = (0, 0)$

$\therefore (a, b) = (-1, 1)$

3. 직선 $2x-y+3=0$ 을 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 이동하면 $2x+ay+b=0$ 이 된다고 한다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$2x-y+3=0$ 을 x 축 방향으로 -1 만큼,
y 축의 방향으로 2 만큼 이동하면
$2(x+1)-(y-2)+3=0$ 이 된다.
이 식을 정리하면 $2x-y+7=0$ 이다.
따라서 $a+b=-1+7=6$

4. 점 $\mathrm{A}(1, -2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(2, -1)$ ② $(1,\ 3)$ ③ $(1,\ 2)$

④ $(1, -1)$ ⑤ $(0, -2)$

해설

$\mathrm{A}(1, -2)$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 점은 $(-2, 1)$ 이다.
이 점을 x 축의 방향으로 2 만큼,
y 축 의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
$(0, -2)$ 가 된다.

5. 직선 $3x+4y-5=0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

직선 $3x+4y-5=0$ 를
x 축의 방향으로 2 만큼,
y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
$3(x-2)+4(y+3)-5=0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 식을 정리하면 $3x+4y+1=0$

따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

6. 점 $(2,\ 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 점 $(2,\ 3)$ 을 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표와 같다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하면?

① -10 ② -11 ③ -12 ④ -13 ⑤ -14

해설

점 $(2,\ 3)$ 을 원점 대칭 이동시킨 점은 $(-2\ ,-3)$
이 점은 x 축으로 -4 , y 축으로 -6 만큼 평행이동 시킨 것과 같다
$\therefore\quad m+n=-4-6=-10$

7. 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=4$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은?

① $(x-2)^2+(y+3)^2=4$

② $(x+2)^2+(y-3)^2=4$

③ $(x+2)^2+(y+3)^2=4$

④ $(x-2)^2+(y-3)^2=4$

⑤ $(x+3)^2+(y-2)^2=4$

해설

원점대칭은 x , y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \to -x$, $y \to -y$를 대입한다.

8. 도형 $y = 2x$를 직선 $y = x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = 2x$ ② $y = -2x$ ③ $y = \frac{1}{2}x$

④ $y = -\frac{1}{2}x$ ⑤ $y = 2x + 1$

해설

$y = x$대칭은 $x \to y$좌표로, $y \to x$를 대입한다.

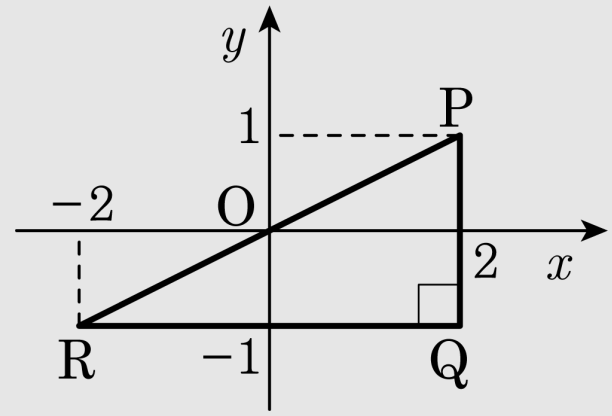
9. 점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한
점 Q 는 Q (2, −1)
또, 점 P (2, 1) 을 원점에 대하여 대칭이동한 점 R 는 R (−2, −1)
따라서, 다음 그림에서 세 점 P (2, 1) , Q (2, −1) , R (−2, −1) 을 꼭짓점으로 하는$\triangle PQR$ 의 넓이는



$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$

10. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3,\ 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$

$-3x + 2y + 18 = 0$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$\therefore\ a + b = -1$

11. 포물선 $y = x^2 + 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하여 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 7)$ 인 포물선을 얻을 수 있다. 이때, $b - a$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

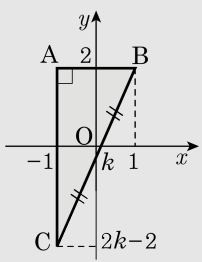
포물선 $y = x^2 + 3$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
$y - b = (x - a)^2 + 3$
$\therefore y = (x - a)^2 + b + 3$
이때, 꼭짓점의 좌표는 $(a, b + 3)$ 이므로
$a = 3, b + 3 = 7 \qquad \therefore b = 4$
$\therefore b - a = 4 - 3 = 1$

12. 점 A $(-1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B , 점 B 를 점 $(0, k)$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이가 6 이다. 이 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

점 A $(-1, 2)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점 B $(1, 2)$ 이고,
점 C (x, y) 라고 하면
$\overline{BC}$ 의 중점이 $(0, k)$ 이므로



$\frac{1+x}{2} = 0,\ \frac{2+y}{2} = k$

$\therefore x = -1,\ y = 2k - 2$

$\therefore$ C $(-1,\ 2k - 2)$

이 때, 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이고

$\overline{AB} = 1 - (-1) = 2, \overline{AC} = |2k - 4|$ 이므로

삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot |2k - 4| = |2k - 4|$

그런데 삼각형 ABC 의 넓이가 6 이므로

$|2k - 4| = 6$

$2k - 4 = 6$ 또는 $2k - 4 = -6$

$\therefore k = 5$ 또는 $k = -1$

따라서, 모든 실수 k 의 값의 합은 4 이다.

13. 원 $x^2 + (y-3)^2 = 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 시켜 얻어진 도형을 다시 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시켰더니 x 축에 접하였다. 이 때, p 의 값은?

① 0 ② ± 1 ③ ± 2 ④ ± 3 ⑤ ± 4

해설

원 $x^2 + (y-3)^2 = 1$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동 시키면 $y^2 + (x-3)^2 = 1$ 이 된다.
이 도형을 다시 y 축 방향으로 p 만큼 평행이동
시킨다고 했으므로 구하는 도형의 방정식은
$(y-p)^2 + (x-3)^2 = 1$ 이다.
이 도형이 x 축에 접한다고 했으므로
p 는 ± 1

14. 원 $x^2+y^2-10x-8y+40=0$ 을 직선 $3x+ay+6=0$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $(x+1)^2+(y-8)^2=1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2+y^2-10x-8y+40=0$ 을 표준형으로 나타내면

$(x-5)^2+(y-4)^2=1 \cdots\cdots$ ㉠

㉠은 원 $(x+1)^2+(y-8)^2=1$ 과

직선 $3x+ay+6=0$ 에 대하여 대칭이므로

두 원의 중심 $(5,4)$, $(-1,8)$ 을 이은 선분의

중점이 직선 $3x+ay+6=0$ 위에 있다.

두 점 $(5,4),(-1,8)$ 을 이은 선분의 중점은

$\left(\frac{5+(-1)}{2}, \frac{4+8}{2}\right)$, 즉 $(2,6)$ 이므로

$3\cdot 2+a\cdot 6+6=0$

$\therefore a=-2$

15. 점 $(1,\ 2)$ 를 직선 $y=2x+1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $(a,\ b)$ 라고 할 때, 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $5(a+b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 점 $(1,\ 2)$, $(a,\ b)$ 를 이은 선분의 중점은

$\left(\frac{1+a}{2},\ \frac{2+b}{2}\right)$

이 점이 직선 $y=2x+1$ 위의 점이므로

$\frac{2+b}{2}=2\cdot\frac{1+a}{2}+1$

$\therefore 2a-b=-2 \quad \cdots\cdots\cdots$ ㉠

또한, 두 점 $(1,\ 2)$, $(a,\ b)$ 를 지나는 직선이

직선 $y=2x+1$ 과 수직이므로

$\frac{b-2}{a-1}=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ a+2b=5 \quad \cdots\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{1}{5},\ b=\frac{12}{5}$

따라서, $5(a+b)=5\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{12}{5}\right)=5\cdot\frac{13}{5}=13$

16. 점 $\mathrm{A}(3,\ 4)$ 를 직선 $x-y+2=0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 라 할 때, A' 의 좌표는?

① $(-3,\ 5)$ ② $(-3,\ 8)$ ③ $(3,\ 2)$

④ $(2,\ 5)$ ⑤ $(5,\ 2)$

해설

A' 를 $(a,\ b)$ 라 하자

i) A' 과 $(3,\ 4)$ 의 중점은 $x-y+2=0$ 을 지난다.

$\therefore\ \dfrac{a+3}{2}-\dfrac{b+4}{2}+2=0$

ii) A' 과 $(3,\ 4)$ 를 잇는 직선과 직선 $x-y+2=0$ 은 수직으로 만난다.

$\therefore\ \dfrac{4-b}{3-a}=-1$

i) 과 ii) 를 연립하여 a, b 를 구하면,

$a=2,\ b=5$

17. 두 점 $A(-6,\ 1)$, $B(2,\ 5)$ 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -3$

해설

두 점 A 와 B 가 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이므로
$\overline{AB}$ 의 중점 $(-2,\ 3)$ 은 직선
$y = ax + b$ 위에 있다.
$\therefore\ 3 = -2a + b\ \cdots$ ㉠
또한, 직선 AB 와 직선 $y = ax + b$ 가
서로 수직이므로
($\overline{AB}$ 의 기울기) $\times a = -1$ 에서

$$\frac{5-1}{2-(-6)} \times a = -1$$

$\therefore\ a = -2$ $a = -2$ 를 ㉠ 에 대입하면
$b = -1$ $\therefore\ a + b = -3$

18. 직선 $y = 2x - 1$에 대하여 점 $(3,\ 0)$의 대칭인 점의 좌표를 $(a,\ b)$라 하면 $b - a$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

구하려는 점을 $(a,\ b)$라 하면, $(3,\ 0)$과 $(a,\ b)$의 중점은 $y = 2x-1$ 위를 지나고, 두 점을 이은 직선과 $y = 2x - 1$은 수직이다.

따라서 중점인 $\left(\frac{a+3}{2},\ \frac{b+0}{2}\right)$을

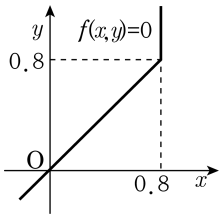
$y = 2x - 1$에 대입하면 $2a - b = -4 \cdots ①$

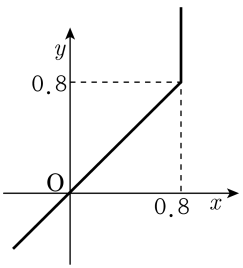
$y = 2x - 1$의 기울기가 2이므로 두 점을 지나는 기울기는

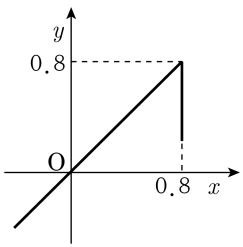
$\frac{b-0}{a-3} = -\frac{1}{2}$, $a + 2b = 3 \cdots ②$

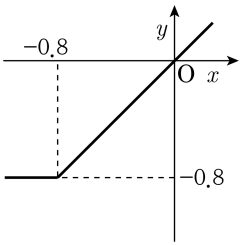
따라서 ①, ②를 연립하면 $a = -1,\ b = 2$

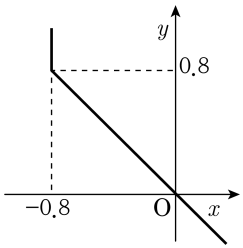
19. 방정식 $f(x,y)=0$ 이 나타내는 도형이 오른쪽 그림과 같을 때, $f(-y,-x)=0$ 이 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?

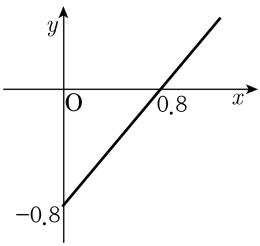


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$f(-y,-x)=0$ 은 $f(x,y)=0$ 이 나타내는 도형을
직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
이때, 꺾인 점 $(0.8,0.8)$ 은
점 $(-0.8,-0.8)$ 로 옮겨진다.
따라서, 구하는 도형을 좌표평면 위에 나타내면 ③과 같다.

20. 평행이동 $f : (x, y) \to (x+a,\ x+b)$ 에 의해 점 $(1, 2)$ 가 점 $(-1, 4)$ 으로 옮겨질 때, 평행이동 f 에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(2, -2)$ ② $(2, 2)$ ③ $(2, 0)$

④ $(-2, 2)$ ⑤ $(4, 2)$

해설

$(1 + a, 2 + b) = (-1, 4)$

$\Rightarrow \quad a = -2, \quad b = 2$

$\therefore \quad (x + 2, y + 2) = (0, 0)$

$\Rightarrow \quad x = 2, \quad y = -2$

$\Rightarrow \quad (2, -2)$