

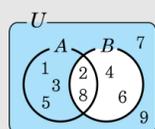
1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의
 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여
 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A^c = \{4, 6, 7, 9\}$
 ② $B^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 ③ $(A \cap B)^c = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
 ④ $(A \cup B)^c = \{7, 9\}$
 ⑤ $A \cup B^c = \{1, 2, 3, 5, 9\}$

해설

⑤ $A \cup B^c$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림의 색칠한
 부분과 같다.

$$A \cup B^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$$



2. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 4\}$ 일 때, $(A^c \cup B) \cap A = \{3\}$ 을 만족시키는 집합 B 의 개수는?

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$(A^c \cup B) \cap A = (A^c \cap A) \cup (B \cap A) = B \cap A$, $B \cap A = \{3\}$ 이므로 집합 B 는 3을 포함하고 4를 포함하지 않는 U 의 부분집합이다. 따라서 $\{0, 1, 2\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2^3 = 8$ (개)

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43, n(B) = 28, n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22$$

$$n(B - A) = n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7$$

$$\therefore n(A - B) + n(B - A) = 22 + 7 = 29$$

4. 다음 <보기>의 조건 ' $p(x)$ '를 만족하는 진리집합이 바르게 연결된 것은? (단, 전체집합은 실수의 집합 R)

보기

- (1) $p(x)$: x 는 12의 양의 약수이다.
 $P = \{1, 2, 3, 6, 12\}$
(2) $p(x)$: $x^2 + 1 = 0$
 $P = \emptyset$
(3) $p(x)$: $x^2 - 5x - 4 = 0$
 $P = \{1, 4\}$
(4) $p(x)$: $x^2 + 4x + 5 > 0$
 $P = R$

- ① (1), (2) ② (2), (3) ③ (3), (4)
④ (2), (4) ⑤ (1), (3)

해설

- (1) $P = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
(2) $x^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 + 1 \neq 0 \therefore P = \emptyset$
(3) $P = \left\{ \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \right\}$
(4) 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 > 0$ 이므로 $P = R$ 이다.

5. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 모든 소수는 약수를 2개 가진다.
- ② 어떤 소수는 홀수가 아니다.
- ③ 모든 실수 a 에 대하여 $a^2 > 0$ 이다.
- ④ a, b 가 유리수이면 $a + b$ 도 유리수이다.
- ⑤ 중산고등학교 1학년 학생들은 수학 공부를 열심히 한다.

해설

③ 0도 실수에 포함되므로 거짓이다.

6. 두 명제 $p \rightarrow q$, $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $q \rightarrow r$

② $p \rightarrow r$

③ $\sim q \rightarrow \sim p$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$$p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T), \sim r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow r(T)$$

$$\therefore p \rightarrow q \rightarrow r(T) \Rightarrow p \rightarrow r(T)$$

$$\therefore \sim r \rightarrow \sim p(T)$$

9. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{ 로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{ 에서}$$

$$f(x) = 5x + 1$$

$$\therefore f(f(x)) = f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1$$

$$= 25x + 6$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

10. 일대일 대응인 두 함수 f, g 에 대하여 $f(4) = 2, g^{-1}(3) = 2$ 일 때,

$\frac{(g \circ f)^{-1}(3)}{g(2)}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$f(4) = 2, g^{-1}(3) = 2 \text{ 에서 } f^{-1}(2) = 4, g(2) = 3$$

$$(g \circ f)^{-1}(3) = (f^{-1} \circ g^{-1})(3) = f^{-1}(g^{-1}(3)) \\ = f^{-1}(2) = 4$$

$$\therefore \frac{(g \circ f)^{-1}(3)}{g(2)} = \frac{4}{3}$$

11. 유리수 $\frac{87}{19} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e + \frac{1}{2}}}}}$ 로 나타낼 때, $a+b+c+d+e$

의 값을 구하면?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{87}{19} &= 4 + \frac{11}{19} = 4 + \frac{1}{\frac{19}{11}} \\ &= 4 + \frac{1}{1 + \frac{8}{11}} \\ \frac{8}{11} &= \frac{1}{\frac{11}{8}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{8}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8}{3}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{3}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a = 4, b = 1, c = 1, d = 2, e = 1$
따라서 $a+b+c+d+e = 9$

12. $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 각각 a , b 라고 할 때, $\left(a - \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{15} - 3\sqrt{5}$ ② $\sqrt{15} + 3\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{15} + 2\sqrt{5}$
④ $\sqrt{15} - 2\sqrt{5}$ ⑤ $-\sqrt{15} + 3\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{3} < 2 \text{에서 } \sqrt{3} &= 1 + a \\ \therefore a &= \sqrt{3} - 1 \\ \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \text{에서 } \sqrt{5} &= 2 + b \\ \therefore b &= \sqrt{5} - 2 \\ a - \frac{1}{a} &= \sqrt{3} - 1 - \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \sqrt{3} - 1 - \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 3}{2} \\ b + \frac{1}{b} &= \sqrt{5} - 2 + \frac{1}{\sqrt{5} - 2} \\ &= \sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2 = 2\sqrt{5} \\ \therefore \left(a - \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right) &= \frac{\sqrt{3} - 3}{2} \cdot 2\sqrt{5} \\ &= \sqrt{15} - 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

13. $x = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ 일 때, $\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y}$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $3\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$x = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$y = \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

$$x + y = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}, \quad xy = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

$$\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y} = \frac{x^3 + y^3}{xy} = \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{1}$$
$$= 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

14. x, y 가 유리수이고, 등식 $x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x + 2\sqrt{3}y - 3 - 3\sqrt{3} = 0$ 이 성립할 때, 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

주어진 등식을 $\sqrt{3}$ 에 대하여 정리하면
 $(x^2 - 2x - 3) + (y^2 + 2y - 3)\sqrt{3} = 0$
여기서, $x^2 - 2x - 3, y^2 + 2y - 3$ 이 모두 유리수이고 $\sqrt{3}$ 이 무리수이므로
 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 이고, $y^2 + 2y - 3 = 0$
즉, $(x - 3)(x + 1) = 0$ 이고 $(y + 3)(y - 1) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$ 이고 $y = -3$ 또는 $y = 1$
따라서, 구하는 x, y 의 쌍은
 $(x, y) = (3, 1), (3, -3), (-1, 1), (-1, -3)$

15. $-5 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수 $y = 2\sqrt{4-x} - 7$ 의 최댓값을 m , 최솟값을 n 라 할 때, $m+n$ 의 값은?

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$y = 2\sqrt{4-x} - 7 = 2\sqrt{-(x-4)} - 7$$

주어진 함수의 그래프는 $y = 2\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$$x = -5 \text{ 일 때, 최댓값 } m = 2\sqrt{4-(-5)} - 7 = -1$$

$$x = 3 \text{ 일 때, 최솟값 } n = 2\sqrt{4-3} - 7 = -5$$

$$\therefore m+n = -1 + (-5) = -6$$

16. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 다음의 두 조건을 만족한다.

- (가) $1 \in A$
 (나) $a \in A$ 이면 $\sqrt{2}a \in A$

이 때, 다음 [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 집합 A 는 유한집합이다.
 ㉡ 임의의 자연수 n 에 대하여 $2^n \in A$ 이다.
 ㉢ 집합 A 의 원소 중 가장 작은 수는 1 이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

- ㉠ 조건 (가)에서 $1 \in A$ 이므로 조건 (나)에 의하여
 $\sqrt{2} \in A, (\sqrt{2})^2 \in A, (\sqrt{2})^3 \in A, \dots$,
 즉, $(\sqrt{2})^n$ (n 은 자연수) 꼴로 나타나는 수는 모두 집합 A 의
 원소이므로 A 는 무한집합이다.
 ㉡ ㉠에서 $(\sqrt{2})^2 \in A, (\sqrt{2})^4 \in A, (\sqrt{2})^6 \in A, \dots$,
 즉 $2 \in A, 2^2 \in A, 2^3 \in A, \dots$ 이므로 임의의 자연수 n 에
 대하여 $2^n \in A$ 이다.
 ㉢ (반례)
 집합 $A = \{0, 1, \sqrt{2}, (\sqrt{2})^2, (\sqrt{2})^3, \dots\}$ 은 주어진 조건 (가),
 (나)를 모두 만족하지만 원소 중 가장 작은 수는 0 이다.
 이상에서 옳은 것은 ㉡뿐이다.

17. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, a\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $a-4, a-2, a$ 를 동시에 포함하는 부분집합의 개수가 64 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$$64 = 2^6$$

집합 A 의 원소의 개수가 n 개라면,

$$n - 3 = 6, \quad n = 9, \quad n(A) = 9$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$$

$$\therefore a = 17$$

18. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{2, 3, 5, 6\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{2, 3, 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$A \times B = \{(2, 1), (2, 5), (3, 1), (3, 5), (5, 1), (5, 5), (6, 1), (6, 5)\}$$

$$A \times C = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 2), (6, 3), (6, 4)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \emptyset$$

$$\text{따라서 } n((A \times B) \cap (A \times C)) = 0$$

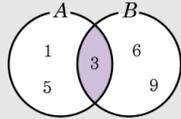
19. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\{3, 6, 9\}$

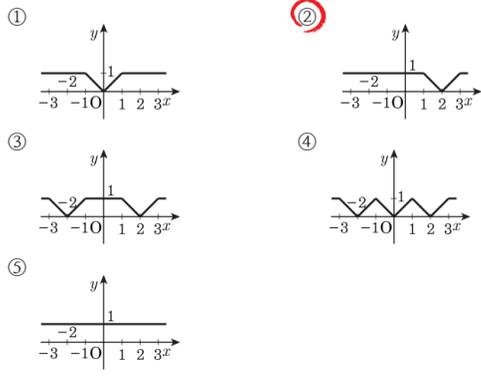
해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 가 각각 $f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$, $g(x) = x - 2$ 일 때, 합성함수 $f \circ g$ 의 그래프는 ?



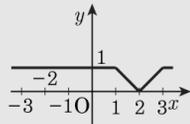
해설

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$$

$$g(x) = x - 2 \text{ 에서}$$

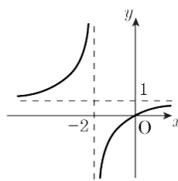
$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} 1 & (|x - 2| \geq 1) \\ |x - 2| & (|x - 2| < 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3) \\ |x - 2| & (1 < x < 3) \end{cases}$$



22. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$y = 1 + \frac{k}{x+2}, \quad (k \neq 0) \text{가 점 } (0, 0) \text{을 지나므로}$$

$$0 = 1 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 1 + \frac{-2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

23. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+5}{bx+c}$ 의 그래프는 점 (1,1)을 지나고 점근선의 방정식이 $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{3}$ 이다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(0)$ 은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ 4 ⑤ $\frac{22}{5}$

해설

$$y = \frac{ax+5}{bx+c} \text{ 에서}$$

$$\text{점근선 } x = -\frac{c}{b} = \frac{1}{2}, y = \frac{a}{b} = -\frac{1}{3}$$

(1, 1)을 지나므로

$$1 = \frac{a+5}{b+c}$$

$$2c = -b, 3a = -b, c = -3$$

$$\therefore y = \frac{-2x+5}{6x-3}$$

$$y^{-1} = \frac{3x+5}{6x+2}$$

$$g(x) = \frac{3x+5}{6x+2}$$

$$\therefore g(0) = \frac{5}{2}$$

24. $x = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ 의 값은?

① $11 + 5\sqrt{3}$ ② $11 + 10\sqrt{3}$ ③ $22 + 5\sqrt{3}$

④ $22 + 10\sqrt{3}$ ⑤ $22 + 15\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= 2 + \sqrt{3} \text{에서 } x - 2 = \sqrt{3} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ x^2 - 4x + 4 &= 3 \quad \therefore x^2 - 4x + 1 = 0 \\ x^3 - 2x^2 + 3x + 4 \\ &= (x+2)(x^2 - 4x + 1) + 10x + 2 \\ &= 10x + 2 \\ &= 10(2 + \sqrt{3}) + 2 \\ &= 22 + 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

