

1. 두 점 A(2, 3), B(4, 1) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 에 대하여 원점 O 에서 점 P 까지의 거리는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 2

해설

x 축 위의 점 P 의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(2-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (1-0)^2$$

$$a^2 - 4a + 13 = a^2 - 8a + 17, 4a = 4, a = 1 \therefore \overline{OP} = 1$$

2. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

3. 두 점 A(-1,2), B(3,0) 으로부터 같은 거리에 있는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $x = 1$

② $y = 1$

③ $y = x + 1$

④ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

P(x, y)라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + y^2$$

$$\therefore y = 2x - 1$$

4. 다음에서 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

$$p : a, b \text{는 모두 짝수} \quad q : a + b \text{는 짝수}$$

▶ 답: 조건

▶ 정답 : 충분조건

해설

a, b 는 모두 짝수 $\rightarrow a + b$ 는 짝수 (역은 성립하지 않음) 증명)
 $a = 2m, b = 2n$ (n, m 은 자연수) 이면,
 $a + b = 2m + 2n = 2(m + n)$ 이므로 짝수이다.
 한편, $a = 3, b = 3$ 일 때 $a + b = 6$ 이므로 짝수이지만, a, b 는
 모두 홀수이다.
 $\therefore p$ 는 q 의 충분조건이다.

5. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1$, $B = \sqrt{3} + 2$, $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$

② $A < B < C$

③ $A < C < B$

④ $B < A < C$

⑤ $B < C < A$

해설

i) $A - B = (3\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 2)$
 $= 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore A > B$

ii) $B - C = (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} + 1)$
 $= 1 - \sqrt{3} < 0$
 $\therefore B < C$

iii) $C - A = (2\sqrt{3} + 1) - (3\sqrt{3} - 1)$
 $= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$
 $\therefore C > A$

따라서 $B < A < C$

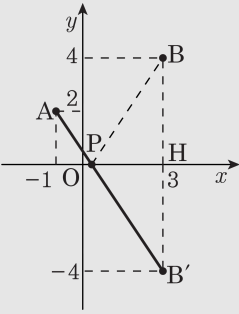
6. 두 점 A (−1, 2) , B (3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B' (3, −4)
 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$
 따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고
 세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때
 가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



7. 좌표평면 위의 점 A(3, -2), B(4, 5), C(-1, 3)을 세 꼭짓점으로 하는
평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 (x, y)라 할 때 x+y
의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면
$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$
$$\therefore x = -2, y = -4$$

따라서 점 D의 좌표는 (-2, -4)

8. 원점에서 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times (-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

9. 두 점 A(-3, 4), B(1, -2) 를 지름의 양끝으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 13$ ② $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 13$

③ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$ ④ $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 10$

⑤ $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$

해설

A(-3, 4), B(1, -2)가 지름의 양 끝점이므로
 $\overline{AB}$ 의 중점이 원의 중심 O(-1, 1) 이고,

$$\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{OA} = \overline{OB} = r$$

$$\begin{aligned}\text{반지름 } r = \overline{OA} &= \sqrt{(-3+1)^2 + (4-1)^2} \\ &= \sqrt{4+9} = \sqrt{13}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{원의 방정식은 } (x+1)^2 + (y-1)^2 = 13$$

10. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 이 점 $(-3, 4)$ 를 지나고, x 축에 접하도록 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$
이 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로
 $9 + 16 + 6 - 16a + b = 0$
 $\therefore 16a - b = 31 \dots\dots\textcircled{\text{A}}$
 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 은
 $(x-1)^2 + (y-2a)^2 = 4a^2 - b + 1$ 이고
원이 x 축에 접하므로
 $2a = \sqrt{4a^2 - b + 1}, 4a^2 = 4a^2 - b + 1$
 $\therefore b = 1 \dots\dots\textcircled{\text{B}}$
 $\textcircled{\text{A}}$ 을 $\textcircled{\text{B}}$ 에 대입하면 $16a - 1 = 31$
 $\therefore a = 2 \quad \therefore a + b = 2 + 1 = 3$

11. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $n(A) = 5$

$\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$

12. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{1, 3\}$

② $\emptyset$

③ $\{1, 5, 7\}$

④ $\{\emptyset, 1, 3\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A 의 부분집합 : $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 7\}$

13. 두 집합 $A = \{1, 4, 7, 10, 11\}$, $B = \{1, 7, 9, 10, 12\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

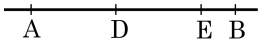
▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$A \cup B = \{1, 4, 7, 9, 10, 11, 12\}$ 이므로
원소의 합을 구하면 $1 + 4 + 7 + 9 + 10 + 11 + 12 = 54$

14. $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ 이고, $\overline{BE} : \overline{ED} = 1 : 3$ 이다. $\overline{AD} : \overline{DE}$ 값은?



- ① 1 : 1 ② 2 : 3 ③ 1 : 2 ④ 2 : 5 ⑤ 1 : 3

해설

$\overline{BE} : \overline{ED} = 1 : 3$ 이므로

$\overline{ED} = \frac{3}{4}\overline{BD}$...㉠이다.

또한 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ 이므로

$\overline{DB} = 2\overline{AD}$...㉡이다.

㉠과 ㉡로부터

$\overline{ED} = \frac{3}{4}\overline{BD} = \frac{3}{4} \times 2 \times \overline{AD} = \frac{3}{2}\overline{AD}$ 이다.

따라서 $\overline{AD} : \overline{DE} = \overline{AD} : \frac{3}{2}\overline{AD} = 1 : \frac{3}{2} = 2 : 3$ 이다.

15. 세 직선 $x + y + 2 = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x - ky - 9 = 0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?

- ① $-3 \leq k \leq 3$, $k < -6$ ② $k = 2$, $k = \pm 3$
 ③ $-3 < k < 3$, $k > 6$ ④ $k \neq 2$, $k \neq \pm 3$
 ⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ x - y - 4 = 0 & \cdots \textcircled{2} \\ 3x - ky - 9 = 0 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 교점은 $(1, 3)$ 이 $\textcircled{3}$ 위에 있지 않다.

$$\therefore 3 + 3k - 9 \neq 0 \quad \therefore k \neq 2$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{3}$ 은 평행하지 않으므로

$$\frac{1}{3} \neq \frac{1}{-k} \rightarrow k \neq -3$$

$\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 은 평행하지 않으므로,

$$\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{-k} \rightarrow k \neq 3$$

$$\therefore k \neq 2, k \neq \pm 3$$

16. 직선 $(3k+1)x + (k-1)y + (2k+6) = 0$ 는 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표는?

① $(2, 4)$

② $(4, 2)$

③ $(2, -4)$

④ $(4, -2)$

⑤ $(-2, 4)$

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면

$$(3x + y + 2)k + x - y + 6 = 0$$

k 에 관계없이 성립하려면

$$3x + y + 2 = 0, \quad x - y + 6 = 0$$

위의 두 식을 연립하면 $x = -2 \quad y = 4$

$\therefore$ 항상 $(-2, 4)$ 를 지난다.

17. 좌표평면 위의 두 점 A(-1, 0), B(1, 0) 까지의 거리의 비가 1 : 2 인 점 P(x, y) 의 자취의 길이는?

- ① $\frac{5}{3}\pi$ ② 2π ③ $\frac{8}{3}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{10}{3}\pi$

해설

좌표평면 위의 두 점 A(-1, 0), B(1, 0) 까지의 거리의 비가 1 : 2 인 점 P(x, y) 의 자취는

(-3, 0) 과 $(-\frac{1}{3}, 0)$ 을 지름의 양 끝으로

하는 원이다.

즉 반지름이 $\frac{2}{3}$ 이 원의 둘레의 길이는 $\frac{8}{3}\pi$ 이다.

18. 좌표평면에서 점 $C(2, 3)$ 을 중심으로 하고, 반지름의 길이가 1인 원이 있다.
이 원 밖의 한 점 P 에서 이 원에 하나의 접선을 그을 때, 그 접점을 Q , 원점을 O 라 하자.
이 때, $\overline{OP} = \overline{PQ}$ 를 만족시키는 점 P 의 자취방정식을 구하면?

- ① $2x + 3y = 6$ ② $x + y = 2$ ③ $3x + 2y = 6$
④ $2x - 3y = 6$ ⑤ $3x - 2y = 6$

해설

점 $P(x, y)$ 와 $C(2, 3)$ 사이의 거리는
 $\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2}$, $\overline{CQ} = 1$
이고, $\triangle PCQ$ 가 직각삼각형이므로
피타고라스정리에 의하여
 $\overline{PQ} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2 - 1}$
 $\overline{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\overline{PQ} = \overline{OP}$ 이므로
 $\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2 - 1} = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\therefore 2x + 3y = 6$

19. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim p$ 가 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?

- ① $\sim q \rightarrow p$
- ② $\sim q \rightarrow \sim r$
- ③ $p \rightarrow \sim r$
- ④ $r \rightarrow q$
- ⑤ $q \rightarrow r$

해설

$\sim p \rightarrow q$ (T) 그의 대우 $\sim q \rightarrow p$ (T), $r \rightarrow \sim p$ (T) 그의 대우 $p \rightarrow \sim r$ (T) 또한 $r \rightarrow \sim p$, $\sim p \rightarrow q$ 이므로, $r \rightarrow q$ (T) 그의 대우 $\sim q \rightarrow \sim r$ (T)

20. $x^2 - ax + 6 \neq 0$ 이 $x - 2 \neq 0$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$p \rightarrow q \text{ (T)} \leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p \text{ (T)}$
즉, 주어진 명제가 참이면 그 대우도 참
대우 : $x = 2 \Rightarrow x^2 - ax + 6 = 0 \text{ (T)}$
 $\therefore a = 5$

21. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim q$ 가 p 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $P^c \subset Q$
- ② $Q \subset P$
- ③ $Q - P = \phi$
- ④ $P - Q = P$
- ⑤ $P - Q = \phi$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 이므로 진리집합으로 표현하면, $P \subset Q^c$ 이다.
즉, $P \cap Q^c = P \Rightarrow P - Q = P$

22. $x > 1$ 일 때, $2x + \frac{2}{x-1}$ 는 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} 2x + \frac{2}{x-1} &= 2 \left(x + \frac{1}{x-1} \right) \\ x + \frac{1}{x-1} &= (x-1) + \frac{1}{x-1} + 1 \\ &\geq 2 \sqrt{(x-1) \cdot \frac{1}{x-1}} + 1 \\ &= 2 + 1 = 3 \end{aligned}$$

$$\therefore 2 \left(x + \frac{1}{x-1} \right) \geq 3 \cdot 2 = 6$$

최솟값은 $x-1 = \frac{1}{x-1}$ 일 때 6이다

$\therefore$ 즉, $x = 2$ 일 때 최솟값은 6이다.

$$\therefore a + b = 2 + 6 = 8$$