

1. 다음 중 다항함수인 것을 고르면?

① $y = x^2 - 3x + 5$

② $y = \frac{1}{x^2}$

③ $y^2 = x$

④ $\frac{1}{y} = x$

⑤ $xy = 2$

해설

① $y = x^2 - 3x + 5$ 는 x 에 대한 다항식이므로 다항함수이다.

② $y = \frac{1}{x^2}$ 은 x 에 대한 다항식이 아니므로 다항함수가 아니다.

③ $y^2 = x$ 는 $y = \pm \sqrt{x}$ 와 같이 나타내어지고 이 것은 x 에 대한 다항식이 아니므로 다항함수가 아니다.

④ $\frac{1}{y} = x$ 는 $y = \frac{1}{x}$ 과 같이 나타내어지고 이것은 x 에 대한 다항식이 아니므로 다항함수가 아니다.

⑤ $xy = 2$ 는 $y = \frac{2}{x}$ 과 같이 나타내어지고 이것은 x 에 대한 다항식이 아니다.

2. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$\begin{aligned} f(x) &= x, & g(x) &= |x| \\ h(x) &= x^3, & k(x) &= \frac{|x+1| - |x-1|}{2} \end{aligned}$$

- ① f

② f, h

③ f, g, h
- ④ f, h, k

⑤ g, h, k

해설

$f : f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
 $g : g(-1) = 1$ 이므로 항등함수가 아니다.
 $h : h(-1) = -1, h(0) = 0, h(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
 $k : k(-1) = -1, k(0) = 0, k(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
따라서 항등함수인 것은 f, h, k 이다.

3. 함수 $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$f^{-1}(-7) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$

$\therefore a = -3$

4. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1}$$

- ① x

② x^2

③ $\frac{1}{x}$

④ $\frac{1}{x^2}$

⑤ $\frac{1}{x^2+1}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)} \\ &\quad \times \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x^2+1} \end{aligned}$$

5. $x, y, y - \frac{1}{x}$ 이 모두 0이 아닐 때, $\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $\frac{x}{y}$

③ $\frac{y}{x}$

④ $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

⑤ $xy - \frac{1}{xy}$

해설

$$\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{xy - 1}{y}}{\frac{xy - 1}{x}} = \frac{x}{y}$$

6. 자연수 전체의 집합 N 에 대하여 함수 $f : N \rightarrow N$ 을 $f(n) = (n \text{의 양의 약수의 개수})$ 로 정의한다. 이 때, 집합 $A = \{n | f(n) = 2\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은 무엇인가?

① $1 \in A$

② $2 \in A$

③ $4 \in A$

④ $6 \in A$

⑤ $10 \in A$

해설

$f(n) = 2$ 란 소수를 말함. 따라서 정답은 ②

7. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 인 상수함수일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$

$g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$

$\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

8. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \geq 0) \\ -x+k & (x < 0) \end{cases} \text{ 가 } f^{-1}(2) = -3 \text{ 을 만족시킬 때, } f(5) \text{ 의}$$

값은 얼마인가?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$f^{-1}(2) = -3 \text{ 에서 } f(-3) = 2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = 3 + k = 2$$

$$\therefore k = -1 \text{ 이므로 } f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

9. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

10. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} =$
 $\frac{(\quad)}{x(x+4)}$ 를 성립시키는 () 속에 들어갈 알맞은 수는?
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$$

이므로

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4-x}{x(x+4)} \\ &= \frac{4}{x(x+4)} \end{aligned}$$

11. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값을 구하여라.

- ① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{5}{13}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} x : y = 2 : 3 &\Rightarrow x = 2k, y = 3k \\ \frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} &= \frac{3(2k)^2 + 2(2k)(3k)}{4k^2 + (2k)(3k)} \\ &= \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

12. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60cm씩 1분에 평균 100 걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

① $14 + \frac{2}{9}$ 분

② 15분

③ 18분

④ 20분

⑤ $22 + \frac{2}{9}$ 분

해설

철수 통학 거리는 $75 \times 90 \times 16$ (cm)

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75 \times 90 \times 16}{60 \times 100} = 18$ (분)

13. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 이 정의역인 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = -x^3 + a$ 가 서로 같은 함수일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 를 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

i) $f(1) = g(1)$ 에서 $a + b = -1 + a$

$$b = -1$$

ii) $f(0) = g(0)$ 에서 $a = b$

$$a = -1$$

$$\therefore ab = (-1)(-1) = 1$$

14. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 함수 $f : A \rightarrow A$ 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 가지수는?
- ① 2 가지 ② 3 가지 ③ 6 가지
 ④ 8 가지 ⑤ 9 가지

해설

$f(-0) = -f(0)$
 $\therefore f(0) = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $f(-1) = -f(1) \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 만족하는 함수 f 는 위의 3 가지뿐이다.

15. 세 함수 f, g, h 를 다음과 같이 정의할 때, 다음 중 합성함수가 정의되지 않는 것은?

$$\begin{aligned} f(x) &= x - 1 && (1 \leq x \leq 3) \\ g(x) &= (x - 1)^2 && (0 \leq x \leq 3) \\ h(x) &= x^3 && (0 \leq x \leq 4) \end{aligned}$$

- ① $g \circ f$

② $h \circ f$

③ $h \circ g$

④ $h \circ g \circ f$

⑤ $h \circ f \circ g$

해설

일반적으로 함수 f, g 에서 (f 의 치역) $\subset$ (g 의 정의역) 이면 합성함수 $g \circ f$ 를 정의할 수 있다.

$f(x)$ 의 치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$,
 $g(x)$ 의 치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$,
 $h(x)$ 의 치역은 $\{y \mid 0 \leq y \leq 64\}$ 이므로
①, ②, ③, ④의 합성함수는 모두 정의된다.

⑤ $g(x)$ 의 치역이 $\{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$ 이고
 $f(x)$ 의 정의역이 $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ 이므로 (g 의 치역) $\not\subset$ (f 의 정의역)
따라서 $f \circ g$ 가 정의되지 않으므로 $h \circ f \circ g$ 도 정의되지 않는다.

16. $f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x$ 일 때

$\frac{2x}{-x+2} = 2$ 에서 $2x = 2(-x+2)$, $2x = -2x+4$

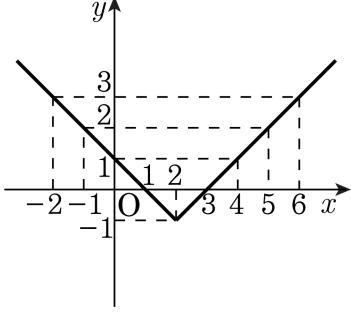
$\therefore x = 1$

이것을 주어진 식에 대입하면

$f\left(\frac{2}{-1+2}\right) = 1 - 3$

$\therefore f(2) = -2$

17. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(f(x)) = 0$ 의 모든 근의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$f(f(x)) = 0$ 에서 $f(x) = X$ 라 하면
 $f(X) = 0$ 이므로 $X = 1$ 또는 $X = 3$
 $X = 1$ 즉, $f(x) = 1$ 일 때, $x = 0, 4$
 $X = 3$ 즉, $f(x) = 3$ 일 때, $x = -2, 6$
따라서, 모든 근의 합은 $0 + 4 + (-2) + 6 = 8$ 이다.

18. 실수 전체 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여 $f(3x+2) = 6x-3$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(3x+2) = 6x-3$ 에서 $3x+2 = t$ 라 하면

$f(t) = 2t-7$ 이므로 $f(x) = 2x-7$

$$\therefore g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$\therefore g(3) = \frac{3}{2} + \frac{7}{2} = 5$$

19. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + b$ 의 역함수 f^{-1} 가 $f^{-1}(5) = 2$ 를 만족시킬 때, $8a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

역함수의 성질에서 $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

즉 $f^{-1}(5) = 2 \Rightarrow f(2) = 5$ 이다.

따라서, $f(x) = ax^3 + b$ 에서

$\therefore f(2) = 8a + b = 5$

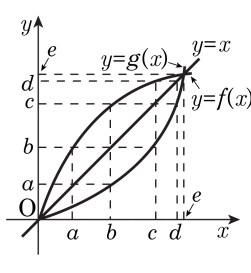
20. 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이 때, $(f \circ g \circ f)(b)$ 의 값을 구하면? (단, 모든 점선은 x 축, 또는 y 축에 평행하다.)

- ① a

② b

③ c
- ④ d

⑤ e



해설

$f(b)$ 의 값에 대응하는 x 좌표는 $y = x$ 의 $f(b) = x$ 값이고
 이때 $x = c$, $g(c)$ 의 값에 대응하는 x 좌표는 $y = x$ 의 $g(c) = x$ 값이고
 이때 $x = b$, $f(b) = c$ 이므로
 $\therefore c$

해설

그림에서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 역함수 관계이므로
 $(f \circ g \circ f)(b) = f(b) = c$

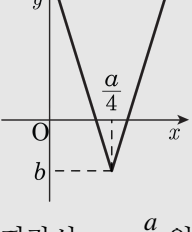
21. 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2 를 가진다. 이 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left| 4\left(x - \frac{a}{4}\right) \right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 b 를 가지므로

$$\frac{a}{4} = 3, b = -2$$
$$\therefore a = 12, b = -2 \quad \therefore a + b = 10$$

22. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이면 $f(x)$ 를 우함수, $f(-x) = -f(x)$ 이면 $f(x)$ 를 기함수라 한다. 다음은 「모든 함수는 우함수와 기함수의 합으로 나타낼 수 있다.」라는 명제의 참·거짓을 밝히는 과정이다. 다음 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열하면?

보기

임의의 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) = \frac{f(x)+f(-x)}{2} + \frac{f(x)-f(-x)}{2}$ 라고 놓고 $g(x) = \frac{f(x)+f(-x)}{2}$, $h(x) = \frac{f(x)-f(-x)}{2}$ 라 하면 $g(x)$ 는 [(가)] 이고 $h(x)$ 는 [(나)] 이다. 따라서 주어진 명제는 [(다)]이다.

- ① 기함수, 우함수, 참

② **우함수, 기함수, 참**

③ 우함수, 우함수, 거짓

④ 기함수, 기함수, 거짓

⑤ 우함수, 기함수, 거짓

해설

$g(-x) = \frac{f(-x)+f(x)}{2} = g(x)$ 이므로

$g(x)$ 는 우함수 ... (가)

$h(-x) = \frac{f(-x)-f(x)}{2} = -\frac{f(x)-f(-x)}{2}$
 $= -h(x)$ 이므로

$h(x)$ 는 기함수 ... (나)

따라서, 임의의 함수 $f(x)$ 를
우함수와 기함수의 합으로 나타내었으므로
주어진 명제는 참이다. ... (다)

23. 두 함수 $y = |x - 1|$, $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프의 교점의 개수를 구하면?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$y = |x - 1|$ 과 $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

The graph shows two functions on a Cartesian coordinate system. The x-axis ranges from -2 to 6, and the y-axis ranges from -1 to 2. The function $y = |x - 1|$ is a V-shaped curve with its vertex at (1, 0). The function $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ is a piecewise constant function that increases in steps. The two functions intersect at two points: (1, 0) and (4, 2). The intersection at (4, 2) is highlighted with a red dot and a red circle around the label '2' in the original image.

따라서, $y = |x - 1|$ 과 $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프의 교점의 개수는 2 개이다.

24. 분수식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x}$ 을 간단히 하면?

- ① $-\frac{x-3}{x(x+1)}$
- ② $\frac{x-3}{x(x+1)}$
- ③ $\frac{x+3}{x(x+1)}$
- ④ $\frac{x+3}{x(x-1)}$
- ⑤ $\frac{x-3}{x(x-1)}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{2x(x-1) + (3x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{5x^2-x-2}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{(5x^3-x^2-2x) - (5x^2-7x+3)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2+2x-3}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

해설

분자의 차수를 줄여서 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x} \\ &= \frac{2(x+1)-2}{x+1} + \frac{3(x-1)+1}{x-1} - \frac{5(x^2-x)-2x+3}{x^2-x} \\ &= (2+3-5) + \frac{-2}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{-2(x-1)+x+1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{x(-x+3) + (2x-3)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

25. $\frac{4x^2}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x+1}$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 실수 a, b, c 의 값을 정하였을 때, abc 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

$$\frac{4x^2}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x+1} \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $(x-1)^2(x+1)$ 을 곱하면

$$4x^2 = a(x-1)(x+1) + b(x+1) + c(x-1)^2 \cdots \textcircled{2}$$

②가 x 에 관한 항등식이므로

$x = 1, -1, 0$ 을 각각 대입하면

$$4 = 2b, \quad 4 = 4c, \quad 0 = -a + b + c$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 2, \quad c = 1$$

$$\therefore abc = 6$$