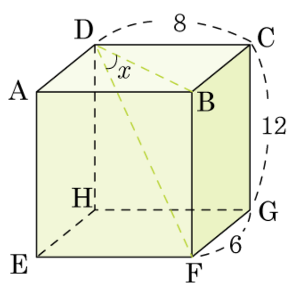
1. 다음 직사각형에서 $\angle\mathrm{FDB}$ 를 x 라고 하면, $\sin x \times \cos x = \frac{b}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 91

해설

$\overline{\mathrm{DB}} = 10$

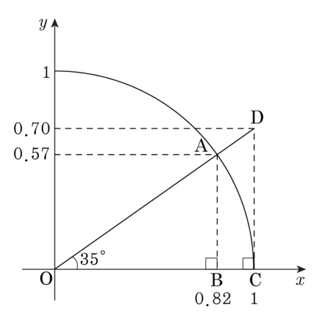
$\overline{\mathrm{BF}} = 12$

$\overline{\mathrm{DF}} = 2\sqrt{61}$ 이므로

$\sin x \times \cos x = \frac{12}{2\sqrt{61}} \times \frac{10}{2\sqrt{61}} = \frac{30}{61}$

따라서 $a+b = 91$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\cos 35° + \tan 35° + \sin 55°$ 의 값은?

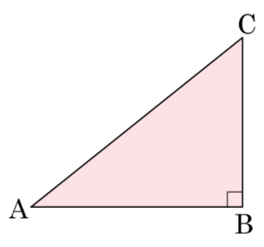


① 1.40 ② 1.96 ③ 2.09 ④ 2.34 ⑤ 2.46

해설

$\cos 35° + \tan 35° + \sin 55° = 0.82 + 0.70 + 0.82 = 2.34$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{B} = 90^\circ$, $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = 4 : 5$ 일 때, $\sin\mathrm{A}\times\cos\mathrm{A}\times\tan\mathrm{A}$ 의 값을 구하면?



① $\frac{5}{2}$　② $\frac{12}{5}$　③ $\frac{12}{25}$
④ $\frac{9}{25}$　⑤ $\frac{18}{25}$

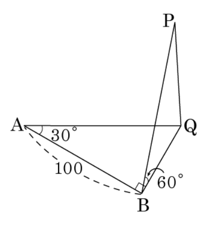
해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = 4 : 5$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 4a$, $\overline{\mathrm{AC}} = 5a$ ($a > 0$ 인 상수)라 하면 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{(5a)^2 - (4a)^2} = 3a$ 이다.

$\sin\mathrm{A} = \frac{3a}{5a} = \frac{3}{5}$, $\cos\mathrm{A} = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$, $\tan\mathrm{A} = \frac{3a}{4a} = \frac{3}{4}$

$\therefore \sin\mathrm{A}\times\cos\mathrm{A}\times\tan\mathrm{A} = \frac{3}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{4} = \frac{9}{25}$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = 100\mathrm{m}$, $\angle\mathrm{ABQ} = 90°$, $\angle\mathrm{BAQ} = 30°$ 이고, B 지점에서 기구가 있는 P 지점을 올려다 본 각이 $60°$ 일 때, 기구의 높이를 구하면?



① $80\,\mathrm{m}$　② $90\,\mathrm{m}$　③ $100\,\mathrm{m}$　④ $110\,\mathrm{m}$　⑤ $120\,\mathrm{m}$

해설

$\tan 30° = \dfrac{\overline{\mathrm{BQ}}}{100}$,

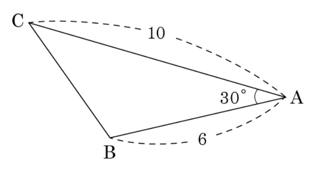
$\overline{\mathrm{BQ}} = 100 \tan 30° = 100 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{100\sqrt{3}}{3}$ (m)

$\tan 60° = \dfrac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\overline{\mathrm{BQ}}}$, $\overline{\mathrm{PQ}} = \tan 60° \times \overline{\mathrm{BQ}}$

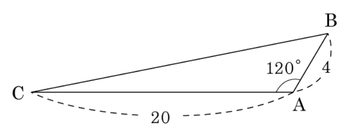
$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{3} \times \dfrac{100\sqrt{3}}{3} = 100$ (m)

5. 다음 그림을 보고 두 삼각형 ABC의 넓이는?

(1)



(2)



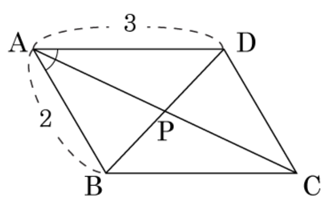
① (1)12(2)18 $\sqrt{3}$ ② (1)12(2)20 $\sqrt{3}$ ③ (1)14(2)18 $\sqrt{3}$
④ (1)14(2)20 $\sqrt{3}$ ⑤ (1)15(2)20 $\sqrt{3}$

해설

(1) $\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin 30°$
$= \frac{1}{2}\times 10\times 6\times \frac{1}{2} = 15$

(2) $\frac{1}{2}\times 20\times 4\times \sin(180° - 120°)$
$= \frac{1}{2}\times 20\times 4\times \sin 60°$
$= \frac{1}{2}\times 20\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

6. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 두 대각선 AC, BD 의 교점이고 $\angle BAD = 60^\circ$, $\overline{AD} = 3$, $\overline{AB} = 2$ 일 때, $\triangle CPD$ 의 넓이는?

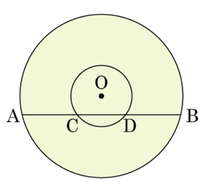


① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle CPD &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\times 2\times 3\times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{4}\times 2\times 3\times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{4}\end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 중심이 점 O 이고 반지름의 길이가 다른 두 개의 원이 있다. $\overline{\mathrm{AB}} = 10\sqrt{2}\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 4\sqrt{2}\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이는?

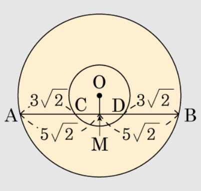


① $5\sqrt{2}\mathrm{cm}$
② $4\sqrt{2}\mathrm{cm}$
③ $3\sqrt{2}\mathrm{cm}$
④ $2\sqrt{2}\mathrm{cm}$
⑤ $\sqrt{2}\mathrm{cm}$

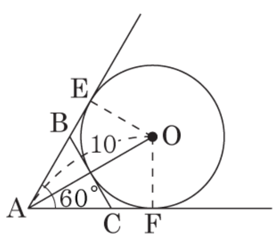
해설

$\overline{\mathrm{MC}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{CD}} = 2\sqrt{2}(\mathrm{cm}), \overline{\mathrm{MA}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}} = 5\sqrt{2}(\mathrm{cm}),$

$\therefore \overline{\mathrm{AC}} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\mathrm{cm})$



8. 다음 그림과 같이 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.
(단, $\angle BAC = 60°$, $\overline{AO} = 10$)



▶ 답 :

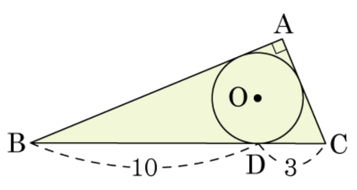
▷ 정답 : $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{AF} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= \overline{AE} + \overline{AF} \\ &= 10\sqrt{3}(\text{cm})\end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. $\triangle$ABC 의 넓이는? (단, $\overline{BD} = 10$, $\overline{CD} = 3$)

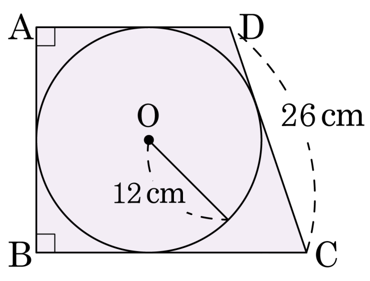


① 12 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 48

해설

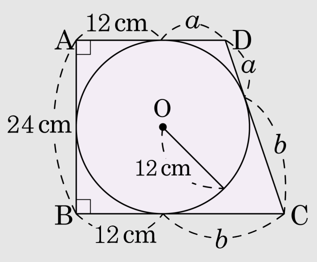
원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면
$\overline{AB} = 10 + r$, $\overline{AC} = 3 + r$ 이고
$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로
$13^2 = (10 + r)^2 + (3 + r)^2$
$169 = 100 + 20r + r^2 + 9 + 6r + r^2$
$2r^2 + 26r - 60 = 0$
$r^2 + 13r - 30 = 0$
$(r + 15)(r - 2) = 0$
$r > 0$ 이므로 $r = 2$
$\therefore \overline{AB} = 12,\ \overline{AC} = 5$
$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \dfrac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$

10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



① 600cm^2 ② 640cm^2 ③ 720cm^2
④ 800cm^2 ⑤ 850cm^2

해설



접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

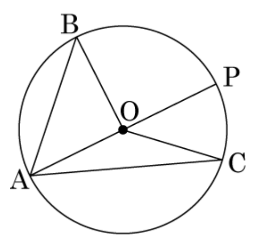
$\square$ABCD 의 넓이 $= \frac{1}{2}\{(12+a)+(12+b)\} \times 24$

$= 12(24+a+b)$

$a+b = 26(\text{cm})$ 이므로

구하는 넓이는 $12 \times (24+26) = 600(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림을 설명한 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle BAO = \frac{1}{2}\angle BOP$

② $\angle CAO = \frac{1}{2}\angle COP$

③ $2\angle BAC = \angle BOP$

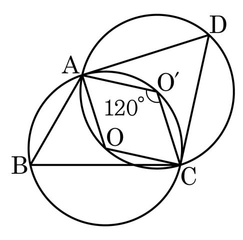
④ $\angle BAO = \angle OBA$

⑤ $\angle CAO + \angle ACO = \angle COP$

해설

$2\angle BAC = \angle BOC$

12. 다음 그림과 같이 합동인 두 원 O, O′ 이 원의 중심을 지날 때, 그림에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① □AOCO′ 은 마름모이다.

② $\angle B = 60°$

③ $\angle OAO'$ 의 크기는 60° 이다.

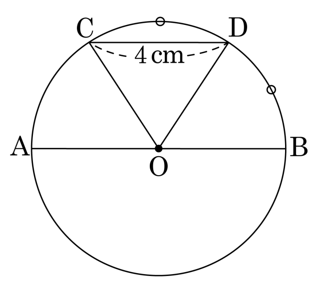
④ $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 크기는 같다.

⑤ $\angle AOC$ 의 크기는 140° 이다.

해설

$\angle AOC = 120°$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하고 $\overline{CD} = 4\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 에 대하여 $\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 일 때, 지름의 길이는?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 10cm

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 이므로

$\angle CDO = \angle DOB = a$ (엇각) 라 하면

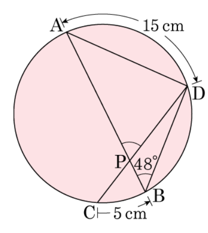
$\angle COD = \angle DOB = x$

따라서 $\triangle COD$ 는 세각의 크기가 모두 같으므로 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{CD} = \overline{AO} = \overline{BO} = 4\mathrm{cm}$

따라서 반지름이 $4\mathrm{cm}$ 이므로 지름은 $8\mathrm{cm}$ 이다.

14. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AD}} = 15\mathrm{cm}$, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = 5\mathrm{cm}$, $\angle\mathrm{PBD} = 48^\circ$ 일 때, $\angle\mathrm{APD}$ 의 크기는?



① 48°　② 64°　③ 72°　④ 84°　⑤ 92°

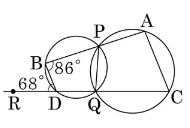
해설

$5 : 15 = \angle\mathrm{BDC} : 48^\circ$

$\angle\mathrm{BDC} = 16^\circ$

$\therefore \angle\mathrm{APD} = \angle\mathrm{PBD} + \angle\mathrm{PDB} = 48^\circ + 16^\circ = 64^\circ$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 86°$ 이 고 $\angle BDR = 68°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기로 알맞은 것은?



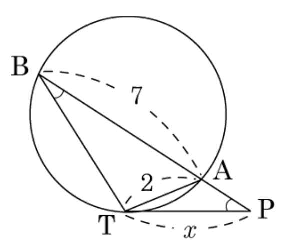
① 91°　② 92°　③ 93°　④ 94°　⑤ 95°

해설

$\angle CQP = 86°$

$\angle CAP = 180° - 86° = 94°$

16. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길이는 얼마인가?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

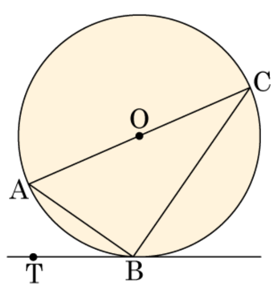
$\angle PTA = \angle ABT$이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{PA} = \overline{AT} = 2,\ x^2 = 2 \times 9$

$x^2 = 18$

$\therefore\ x = 3\sqrt{2}(\because x > 0)$

17. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AC}}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overleftrightarrow{\mathrm{TB}}$ 는 접선이다. 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ = 1 : 2 일 때, $\angle\mathrm{ABT}$ 의 크기는?



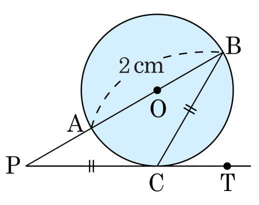
① 25° ② 30° ③ 35°

④ 40° ⑤ 45°

해설

$\overline{\mathrm{AC}}$ 가 지름이므로 $\angle\mathrm{ABC} = 90^\circ$,
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ $= 1 : 2$ 이므로 $\angle\mathrm{ACB} = x$ 라 하면,
$\angle\mathrm{CAB} = 2x$
$\therefore\ 3x = 90^\circ,\ x = 30^\circ$
$\therefore\ \angle\mathrm{ABT} = \angle\mathrm{ACB} = x = 30^\circ$

18. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 연장선 위의 점 P 에서 원 O 에 접선 PT 를 그어 그 접점을 C 라 하면 $\triangle PBC$ 는 $\overline{PC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



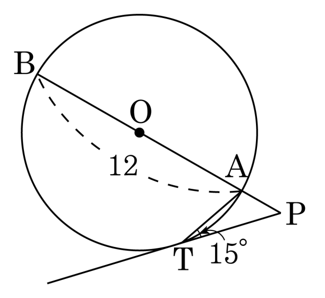
▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 1 cm

해설

점 A와 C를 이으면
$\angle BCA = 90^\circ$, $\angle P = a$라 하면,
$\angle CBA = a$, $\angle ACP = a$, $\angle CAO = 2a$
점 O와 C를 이으면
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle COA = 2a$
$\angle OCA = 90^\circ - a = \angle CAO$
($\because$ $\triangle OAC$도 이등변삼각형)
$2a = 90^\circ - a$ $\quad \therefore$ $a = 30^\circ$
따라서 $\triangle OAC$는 한 변의 길이가 1인 정삼각형이다.
$\therefore$ $\overline{AC} = 1$ (cm)

19. 다음 그림에서 $\overline{PB}$ 는 원의 중심 O 를 지나고, $\angle PTA = 15°$, $\overline{AB} = 12cm$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



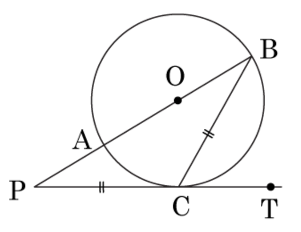
① $\sqrt{2} - 1$　② $4\sqrt{2} - 2$　③ $4\sqrt{3} - 2$

④ $4\sqrt{3} - 4$　⑤ $4\sqrt{3} - 6$

해설

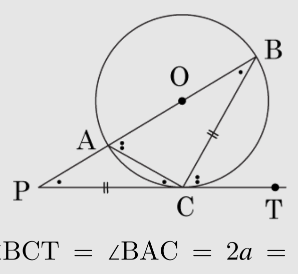
$\angle ATP = \angle ABT = 15°$ 이므로
5.0pt$\overset{\frown}{AT}$ 의 중심각 $\angle AOT = 30°$ 이다.
$\overline{AB} = 12$ 이므로 $\overline{OT} = 6$ 이다.
$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} : \overline{OT} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$ 이다.
$\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3} - 6$

20. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 연장선 위의 점 P 에서 원 O 에 접선 PT 를 그어 그 접점을 C 라 할 때, $\overline{PC}=\overline{BC}$ 가 성립한다. 이때, $\angle BCT$ 의 크기는?



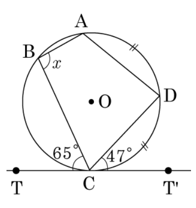
① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

해설



점 A 와 C 에 보조선을 그으면
$\angle B = a$ 라 하면 $\angle P = a$ ($\because$ 이등변삼각형), $\angle ACP = a$ (접선과 현이 이루는 각의 성질)
$\triangle APC$ 의 외각 $\angle BAC = 2a$, $\angle ACB = 90°$
$\triangle ABC$ 에서 $3a = 90°$, $a = 30°$, $\angle BCT = \angle BAC = 2a = 60°$ $\therefore$ $\angle BCT = 60°$

21. 다음 □ABCD 는 원 O 에 내접하고 직선 TT′ 은 점 C 에서 원 O 에 접한다.
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$, $\angle\mathrm{DCT'} = 47°$, $\angle\mathrm{BCT} = 65°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

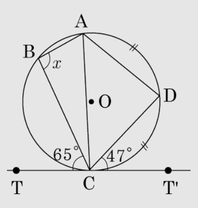


▶ 답: °

▷ 정답: 94°

해설

그림과 같이 점 A 와 점 C 를 연결하면
$\angle\mathrm{CAD} = 47°$, $\angle\mathrm{ACD} = 47°$, $\angle\mathrm{ADC} = 180° - (47° \times 2) = 86°$
$\therefore \angle x = 180° - 86° = 94°$



22. $\tan \mathrm{A} = 3$ 일 때, $\dfrac{\sin \mathrm{A} \cos \mathrm{A} + \sin \mathrm{A}}{\cos^2 \mathrm{A} + \cos \mathrm{A}}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

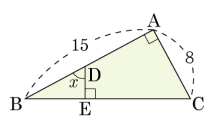
$\tan \mathrm{A} = 3$ 이면 $\dfrac{\sin \mathrm{A}}{\cos \mathrm{A}} = 3$ 이다.

따라서 $\sin \mathrm{A} = 3 \cos \mathrm{A}$ 이다.

따라서

$\dfrac{\sin \mathrm{A} \cos \mathrm{A} + \sin \mathrm{A}}{\cos^2 \mathrm{A} + \cos \mathrm{A}} = \dfrac{3 \cos^2 \mathrm{A} + 3 \cos \mathrm{A}}{\cos^2 \mathrm{A} + \cos \mathrm{A}} = 3$ 이다.

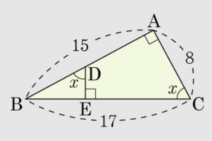
23. 다음 그림의 $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $\sin x$ 의 값은?



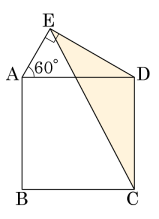
① $\frac{7}{17}$　② $\frac{8}{17}$　③ $\frac{8}{15}$　④ $\frac{15}{17}$　⑤ $\frac{15}{8}$

해설

$\triangle \mathrm{BED} \backsim \triangle \mathrm{BAC}$ 이므로 $\angle x = \angle \mathrm{C}$
또한 $\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ 이다.
따라서 $\sin x = \sin \mathrm{C} = \frac{15}{17}$ 이다.



24. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle EAD = 60°$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $72cm^2$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$cm

해설

$\angle EDA = 30°$

$\overline{AD} = \overline{DC} = x$ 라 하면

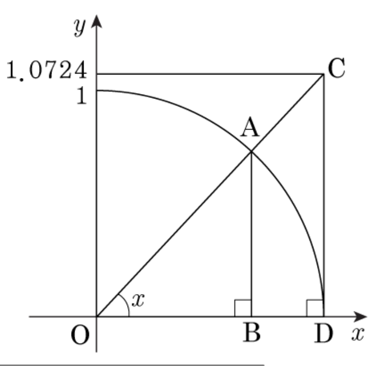
$\overline{ED} = \overline{AD} \times \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ (색칠한 부분의 넓이)

$\overline{AE} = \overline{AD} \times \cos 60° = \frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120°) = 72$

$\frac{3}{8}x^2 = 72 \qquad \therefore x = 8\sqrt{3}(cm)$

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{OB}$ 의 길이를 구하면?



x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.6821　② 0.6947　③ 0.7193
④ 0.7314　⑤ 0.9325

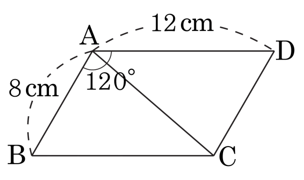
해설

1) $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = 1.0724$

$\therefore x = 47°$

2) $\cos x = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{AO}} = \dfrac{\overline{OB}}{1} = \cos 47° = 0.6821$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$, $\angle A = 120°$ 인 평행사변형 ABCD 에서 대각선 AC 의 길이를 구하여라.

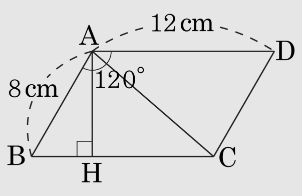


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{7}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

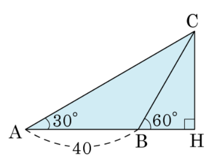


$\overline{AH} = 8\sin 60° = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\overline{CH} = 12 - \overline{BH} = 12 - 8\cos 60°$
$= 12 - 4 = 8\ (\text{cm})$

$\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2$ 이므로
$\overline{AC}^2 = (4\sqrt{3})^2 + 8^2 = 112$
따라서 $\overline{AC} = 4\sqrt{7}\ (\text{cm})$

27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20\sqrt{3}$　　② $200\sqrt{3}$　　③ $400\sqrt{3}$

④ $600\sqrt{3}$　　⑤ $800\sqrt{3}$

해설

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

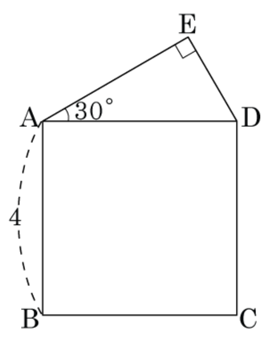
$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$

$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40$, $h\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) = 40$

$\therefore h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $40 \times 20\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 400\sqrt{3}$

28. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4인 정사각형이고, 삼각형 ADE는 $\angle AED = 90°$, $\angle EAD = 30°$인 직각삼각형이다. 오각형 ABCDE의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16 + 2\sqrt{3}$

해설

$\cos 30° = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{AE}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore\ \overline{AE} = 2\sqrt{3}$

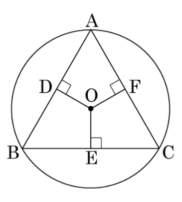
$\triangle ADE = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \sin 30°$

$= \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 2\sqrt{3}$

$\square ABCD = 4 \times 4 = 16$

그러므로 오각형 ABCDE $= 2\sqrt{3} + 16$이다.

29. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{\mathrm{OD}} = \overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{3}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = \overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CA}}$

$\triangle \mathrm{ABC}$ 가 정삼각형이므로 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AE}} = 2 : \sqrt{3}$

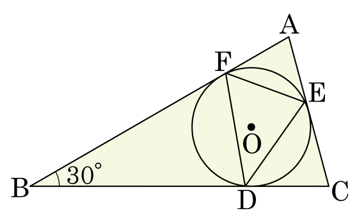
$\overline{\mathrm{AE}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{AE}} = \dfrac{2}{3} \times 6 = 4\,(\mathrm{cm})$

(원의 넓이)$=\pi \times (4)^2 = 16\pi$

30. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle FED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 75 °

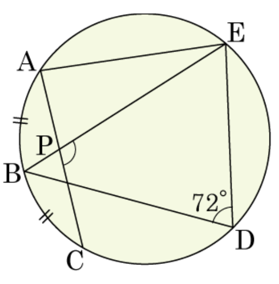
해설

선분 $\overline{OF}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$\angle FOD = 360° - 90° - 90° - 30° = 150°$

$\therefore\ \angle FED = 150° \times \frac{1}{2} = 75°$

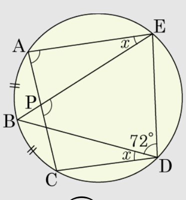
31. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 이고 $\angle\mathrm{BDE} = 72°$ 이다. $\overline{\mathrm{AC}}$ 와 $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle\mathrm{CPE}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad}$ °

▷ 정답: 108 °

해설



$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 이므로

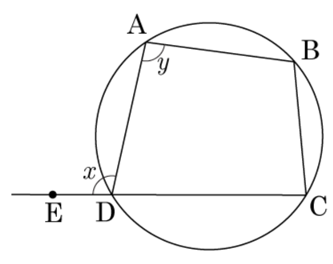
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{BDC} = x$

□ACDE 에서

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{CAE} &= 180° - \angle\mathrm{CDE} \\ &= 180° - (72° + x) \\ &= 108° - x\end{aligned}$$

$\angle\mathrm{CPE} = \angle\mathrm{CAE} + x = 108°$

32. 다 음 그 림 의 원 에 서 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{DAB}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{3}{5}$ 이고 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{5}{9}$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\;\;\circ}$

▷ 정답 : $172\underline{\circ}$

해설

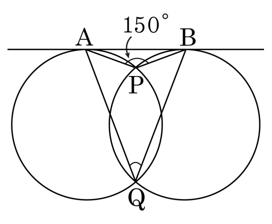
$\angle \mathrm{BCD} = \frac{3}{5} \times 180° = 108°$ 이므로 $y° = 180° - 108° = 72°$ $\quad\therefore$ $y = 72°$

$\angle \mathrm{ABC} = \frac{5}{9} \times 180° = 100°$ 이므로

$x° = 100° \quad \therefore x = 100°$

따라서 $x + y = 100 + 72 = 172°$ 이다.

33. 다음 그림에서 직선 AB 는 두 원의 공통접선이고, 점 P, Q 는 두 원의 교점이다. $\angle APB = 150°$ 일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.

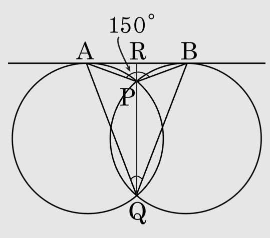


▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 30°

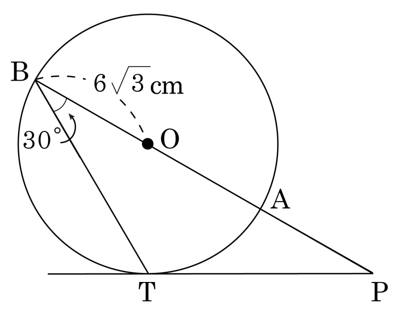
해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선을 긋고, 직선 AB 와의 교점을 R 라 한다.



$\triangle APQ$ 에서 $\angle PAR = \angle AQP$ 이고
$\triangle BPQ$ 에서 $\angle PBR = \angle BQP$ 이므로
$\triangle APB$ 에서
$\angle PAR + \angle PBR = 180° - 150° = 30°$
$\angle AQB = \angle AQP + \angle BQP$
$= \angle PAR + \angle PBR = 30°$

34. 다음 그림에서 직선 PT 는 반지름의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 의 접선이고 $\angle PBT = 30°$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

② $6\,\mathrm{cm}$

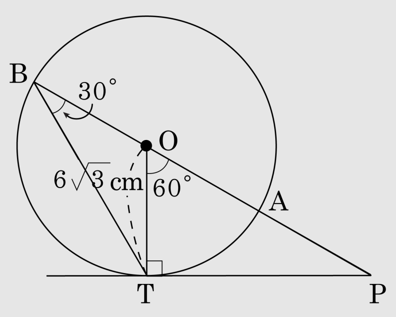
③ $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

④ $12\,\mathrm{cm}$

⑤ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

해설

다음 그림에서 $\angle AOT = 60°$, $\angle OTP = 90°$ 이므로



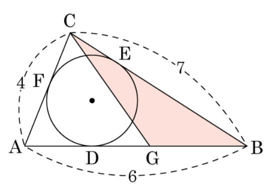
$\triangle OTP$ 에서

$\cos 60° = \dfrac{6\sqrt{3}}{\overline{OP}} = \dfrac{1}{2}$ 이므로

$\therefore \overline{OP} = 12\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{PA} = \overline{PO} - \overline{AO} = 12\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$

35. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle$ABC 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 6$, $\overline{\mathrm{BC}} = 7$, $\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이고 $\overline{\mathrm{DG}} : \overline{\mathrm{GB}} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle$GBC 의 넓이는?



① $\dfrac{9\sqrt{255}}{40}$　② $\dfrac{9\sqrt{255}}{80}$　③ $\dfrac{27\sqrt{255}}{40}$
④ $\dfrac{27\sqrt{255}}{80}$　⑤ $\dfrac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}} = a$, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BE}} = 6-a$, $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}} = 4-a$

$\overline{\mathrm{BC}} = (6-a) + (4-a) = 7$ 이므로

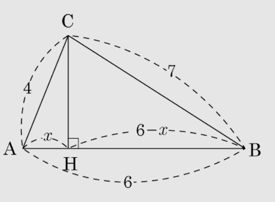
$a = \overline{\mathrm{AD}} = \frac{3}{2}$, $\overline{\mathrm{BD}} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{BD}} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle\mathrm{DBC} = \frac{3}{4}\triangle\mathrm{ABC}$ 이고

$\overline{\mathrm{DG}} : \overline{\mathrm{GB}} = 2 : 3$ 이므로 $\triangle\mathrm{GBC} = \frac{3}{5}\triangle\mathrm{DBC}$

$\therefore \triangle\mathrm{GBC} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle\mathrm{ABC} = \frac{9}{20}\triangle\mathrm{ABC}$

다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BH}} = 6 - x$



$\overline{\mathrm{CH}^2} = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \therefore\ x = \frac{1}{4}$

$\triangle$AHC 에서 $\overline{\mathrm{CH}} = \sqrt{4^2 - (\frac{1}{4})^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{255}$

$\therefore \triangle\mathrm{GBC} = \frac{9}{20}\triangle\mathrm{ABC} = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4}\sqrt{255} = \frac{27}{80}\sqrt{255}$