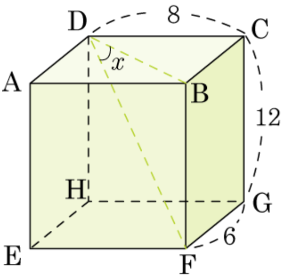
1. 다음 직사각형에서 $\angle\mathrm{FDB}$ 를 x 라고 하면, $\sin x \times \cos x = \frac{b}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 91

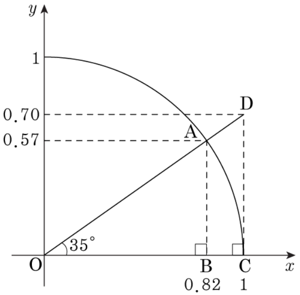
해설

$\overline{\mathrm{DB}} = 10$
$\overline{\mathrm{BF}} = 12$
$\overline{\mathrm{DF}} = 2\sqrt{61}$ 이므로

$$\sin x \times \cos x = \frac{12}{2\sqrt{61}} \times \frac{10}{2\sqrt{61}} = \frac{30}{61}$$

따라서 $a+b = 91$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\cos 35° + \tan 35° + \sin 55°$ 의 값은?

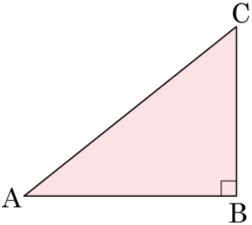


① 1.40　② 1.96　③ 2.09　④ 2.34　⑤ 2.46

해설

$\cos 35° + \tan 35° + \sin 55° = 0.82 + 0.70 + 0.82 = 2.34$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 5$ 일 때, $\sin A \times \cos A \times \tan A$ 의 값을 구하면?



① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{12}{25}$
④ $\frac{9}{25}$ ⑤ $\frac{18}{25}$

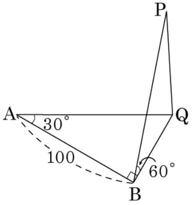
해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 5$ 이므로 $\overline{AB} = 4a$, $\overline{AC} = 5a$ ($a > 0$ 인 상수)라 하면 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{BC} = \sqrt{(5a)^2 - (4a)^2} = 3a$ 이다.

$\sin A = \frac{3a}{5a} = \frac{3}{5}$, $\cos A = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$, $\tan A = \frac{3a}{4a} = \frac{3}{4}$

$\therefore \sin A \times \cos A \times \tan A = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{25}$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 100\text{m}$, $\angle ABQ = 90°$, $\angle BAQ = 30°$ 이고, B 지점에서 기구가 있는 P 지점을 올려다 본 각이 $60°$일 때, 기구의 높이를 구하면?



① 80 m　② 90 m　③ 100 m　④ 110 m　⑤ 120 m

해설

$$\tan 30° = \frac{\overline{BQ}}{100},$$

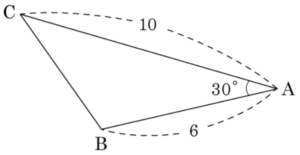
$$\overline{BQ} = 100 \tan 30° = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{100\sqrt{3}}{3} \ (\text{m})$$

$$\tan 60° = \frac{\overline{PQ}}{\overline{BQ}}, \ \overline{PQ} = \tan 60° \times \overline{BQ}$$

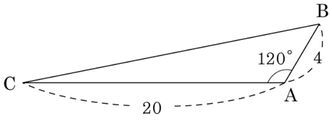
$$\therefore \ \overline{PQ} = \sqrt{3} \times \frac{100\sqrt{3}}{3} = 100 \ (\text{m})$$

5. 다음 그림을 보고 두 삼각형 ABC의 넓이는?

(1)



(2)



① (1)12(2)18 $\sqrt{3}$　② (1)12(2)20 $\sqrt{3}$　③ (1)14(2)18 $\sqrt{3}$

④ (1)14(2)20 $\sqrt{3}$　⑤ (1)15(2)20 $\sqrt{3}$

해설

(1) $\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin 30^\circ$

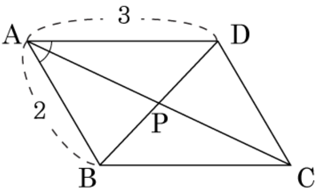
$=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \frac{1}{2}=15$

(2) $\frac{1}{2}\times 20\times 4\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 20\times 4\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 20\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$

6. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 두 대각선 AC, BD 의 교점이고 $\angle BAD = 60°$, $\overline{AD} = 3$, $\overline{AB} = 2$ 일 때, $\triangle CPD$ 의 넓이는?

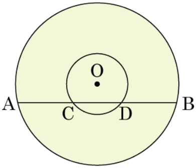


① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle CPD &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \times 2 \times 3 \times \sin 60° \\ &= \frac{1}{4} \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{4}\end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 중심이 점 O 이고 반지름의 길이가 다른 두 개의 원이 있다. $\overline{AB} = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

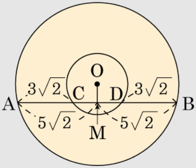


① $5\sqrt{2}\text{cm}$ ② $4\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $3\sqrt{2}\text{cm}$
④ $2\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{2}\text{cm}$

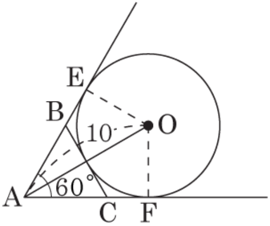
해설

$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{MA} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5\sqrt{2}(\text{cm}),$

$\therefore \overline{AC} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$



8. 다음 그림과 같이 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.
(단, $\angle BAC = 60°$, $\overline{AO} = 10$)



▶ 답 :

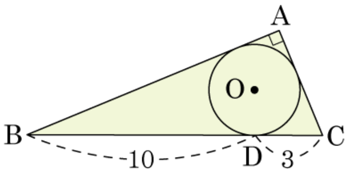
▷ 정답 : $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{AF} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= \overline{AE} + \overline{AF} \\ &= 10\sqrt{3}(\text{cm})\end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. △ABC 의 넓이는? (단, $\overline{BD}=10$, $\overline{CD}=3$)



① 12 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 48

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\overline{AB}=10+r$, $\overline{AC}=3+r$ 이고

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ 이므로

$13^2=(10+r)^2+(3+r)^2$

$169=100+20r+r^2+9+6r+r^2$

$2r^2+26r-60=0$

$r^2+13r-30=0$

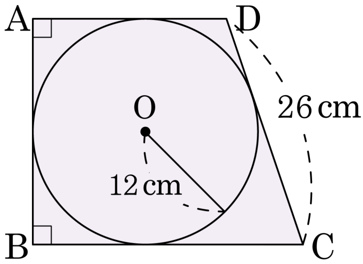
$(r+15)(r-2)=0$

$r>0$ 이므로 $r=2$

$\therefore \overline{AB}=12,\ \overline{AC}=5$

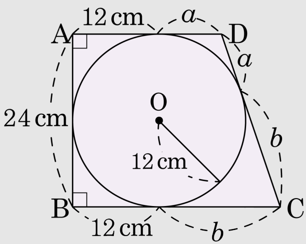
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 12\times 5=30$

10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



① 600cm^2　② 640cm^2　③ 720cm^2　④ 800cm^2　⑤ 850cm^2

해설



접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

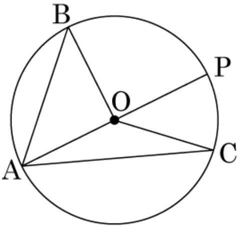
□ABCD 의 넓이 $= \dfrac{1}{2}\left\{(12+a)+(12+b)\right\}\times 24$

$= 12(24+a+b)$

$a+b=26(\text{ cm})$ 이므로

구하는 넓이는 $12\times(24+26)=600(\text{ cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림을 설명한 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle BAO = \frac{1}{2}\angle BOP$

② $\angle CAO = \frac{1}{2}\angle COP$

③ $2\angle BAC = \angle BOP$

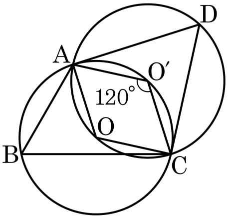
④ $\angle BAO = \angle OBA$

⑤ $\angle CAO + \angle ACO = \angle COP$

해설

$2\angle BAC = \angle BOC$

12. 다음 그림과 같이 합동인 두 원 O, O′ 이 원의 중심을 지날 때, 그림에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① □AOCO′ 은 마름모이다.

② $\angle B = 60°$

③ $\angle OAO'$ 의 크기는 $60°$ 이다.

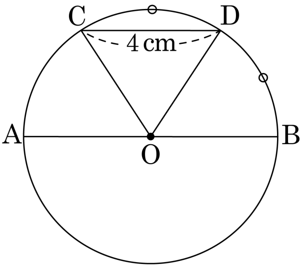
④ $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 크기는 같다.

⑤ $\angle AOC$ 의 크기는 $140°$ 이다.

해설

$\angle AOC = 120°$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지름으로 하고 $\overline{\mathrm{CD}} = 4\,\mathrm{cm}$ 인 원 O 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$, $5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 일 때, 지름의 길이는?



① 5cm　② 6cm　③ 7cm　④ 8cm　⑤ 10cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{CD}}$, $5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 이므로

$\angle\mathrm{CDO} = \angle\mathrm{DOB} = a$ (엇각) 라 하면

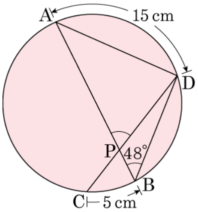
$\angle\mathrm{COD} = \angle\mathrm{DOB} = x$

따라서 $\triangle\mathrm{COD}$ 는 세각의 크기가 모두 같으므로 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{BO}} = 4\mathrm{cm}$

따라서 반지름이 $4\mathrm{cm}$ 이므로 지름은 $8\mathrm{cm}$ 이다.

14. 다음 그림에서 $5.0pt\overset{\frown}{AD} = 15\text{cm}$, $5.0pt\overset{\frown}{BC} = 5\text{cm}$, $\angle PBD = 48°$ 일 때, $\angle APD$ 의 크기는?



① 48° ② 64° ③ 72° ④ 84° ⑤ 92°

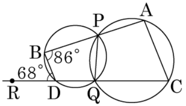
해설

$5 : 15 = \angle BDC : 48°$

$\angle BDC = 16°$

$\therefore \angle APD = \angle PBD + \angle PDB = 48° + 16° = 64°$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 86°$ 이 고 $\angle BDR = 68°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기로 알맞은 것은?



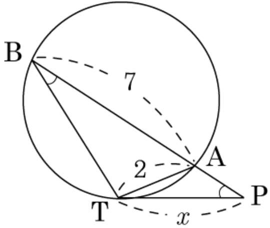
① 91° ② 92° ③ 93° ④ 94° ⑤ 95°

해설

$\angle CQP = 86°$

$\angle CAP = 180° - 86° = 94°$

16. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길이는 얼마인가?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

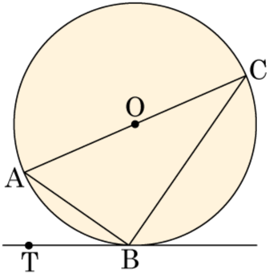
$\angle PTA = \angle ABT$이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{PA} = \overline{AT} = 2,\ x^2 = 2 \times 9$

$x^2 = 18$

$\therefore\ x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$

17. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overleftrightarrow{TB}$ 는 접선이다. 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ = 1 : 2 일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① $25°$ ② $30°$ ③ $35°$

④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

$\overline{AC}$ 가 지름이므로 $\angle ABC = 90°$,

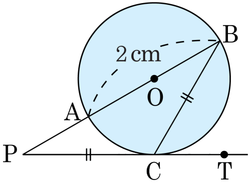
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ $= 1 : 2$ 이므로 $\angle ACB = x$ 라 하면,

$\angle CAB = 2x$

$\therefore\ 3x = 90°,\ x = 30°$

$\therefore\ \angle ABT = \angle ACB = x = 30°$

18. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 연장선 위의 점 P 에서 원 O 에 접선 PT 를 그어 그 접점을 C 라 하면 $\triangle$PBC 는 $\overline{PC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

점 A와 C를 이으면

$\angle BCA = 90°$, $\angle P = a$라 하면,

$\angle CBA = a$, $\angle ACP = a$, $\angle CAO = 2a$

점 O와 C를 이으면

$\triangle$OBC는 이등변삼각형이므로

$\angle COA = 2a$

$\angle OCA = 90° - a = \angle CAO$

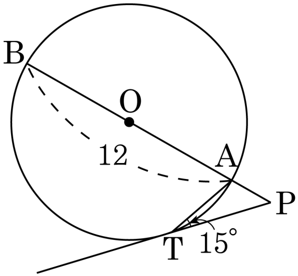
($\because$ $\triangle$OAC도 이등변삼각형)

$2a = 90° - a \qquad \therefore a = 30°$

따라서 $\triangle$OAC는 한 변의 길이가 1인 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AC} = 1\,(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 $\overline{PB}$ 는 원의 중심 O 를 지나고, $\angle PTA = 15°$, $\overline{AB} = 12$cm 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}-1$ ② $4\sqrt{2}-2$ ③ $4\sqrt{3}-2$

④ $4\sqrt{3}-4$ ⑤ $4\sqrt{3}-6$

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 15°$ 이므로

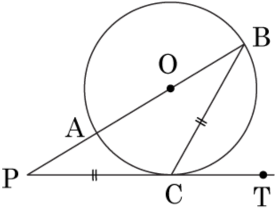
5.0pt$\overset{\frown}{AT}$ 의 중심각 $\angle AOT = 30°$ 이다.

$\overline{AB} = 12$ 이므로 $\overline{OT} = 6$ 이다.

$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} : \overline{OT} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$ 이다.

$\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3}-6$

20. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 연장선 위의 점 P 에서 원 O 에 접선 PT 를 그어 그 접점을 C 라 할 때, $\overline{PC}=\overline{BC}$ 가 성립한다. 이때, $\angle BCT$ 의 크기는?



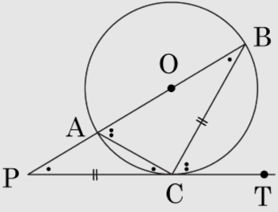
① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 60°

해설

점 A 와 C 에 보조선을 그으면

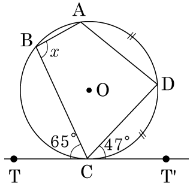
$\angle B = a$ 라 하면 $\angle P = a$ ($\because$ 이등변삼각형), $\angle ACP = a$ (접선과 현이 이루는 각의 성질)

$\triangle APC$ 의 외각 $\angle BAC = 2a$, $\angle ACB = 90°$



$\triangle ABC$ 에서 $3a = 90°$, $a = 30°$, $\angle BCT = \angle BAC = 2a = 60°$ $\therefore$ $\angle BCT = 60°$

21. 다음 □ABCD 는 원 O 에 내접하고 직선 TT′ 은 점 C 에서 원 O 에 접한다.
5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$, $\angle DCT' = 47°$, $\angle BCT = 65°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

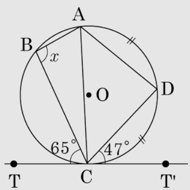


▶ 답 : °

▷ 정답 : 94 °

해설

그림과 같이 점 A 와 점 C 를 연결하면
$\angle CAD = 47°$, $\angle ACD = 47°$, $\angle ADC = 180° - (47° \times 2) = 86°$
$\therefore \angle x = 180° - 86° = 94°$



22. $\tan A = 3$ 일 때, $\dfrac{\sin A \cos A + \sin A}{\cos^2 A + \cos A}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

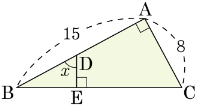
$\tan A = 3$ 이면 $\dfrac{\sin A}{\cos A} = 3$ 이다.

따라서 $\sin A = 3\cos A$ 이다.

따라서

$\dfrac{\sin A \cos A + \sin A}{\cos^2 A + \cos A} = \dfrac{3\cos^2 A + 3\cos A}{\cos^2 A + \cos A} = 3$ 이다.

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x$ 의 값은?



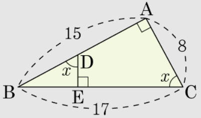
① $\dfrac{7}{17}$ ② $\dfrac{8}{17}$ ③ $\dfrac{8}{15}$ ④ $\dfrac{15}{17}$ ⑤ $\dfrac{15}{8}$

해설

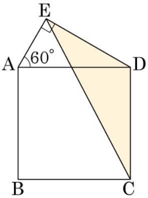
$\triangle BED \backsim \triangle BAC$ 이므로 $\angle x = \angle C$

또한 $\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ 이다.

따라서 $\sin x = \sin C = \dfrac{15}{17}$ 이다.



24. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle EAD = 60°$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $72cm^2$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** $8\sqrt{3}$ cm

해설

$\angle EDA = 30°$

$\overline{AD} = \overline{DC} = x$ 라 하면

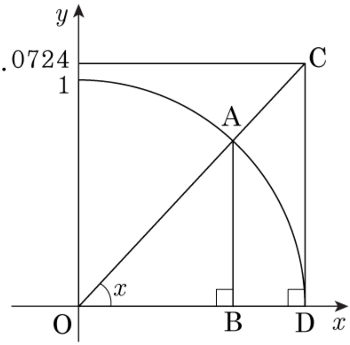
$\overline{ED} = \overline{AD} \times \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ (색칠한 부분의 넓이)

$\overline{AE} = \overline{AD} \times \cos 60° = \frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120°) = 72$

$\frac{3}{8}x^2 = 72 \qquad \therefore x = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{OB}$ 의 길이를 구하면?



x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.6821　② 0.6947　③ 0.7193
④ 0.7314　⑤ 0.9325

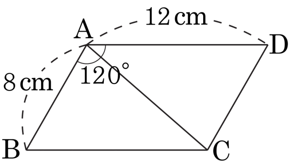
해설

1) $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = 1.0724$

$\therefore x = 47°$

2) $\cos x = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{AO}} = \dfrac{\overline{OB}}{1} = \cos 47° = 0.6821$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$, $\angle A = 120°$인 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC의 길이를 구하여라.

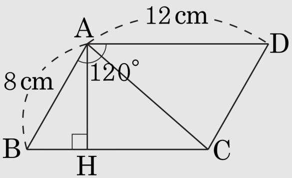


▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{7}$ cm

해설

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라하면



$$\overline{AH} = 8\sin 60° = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

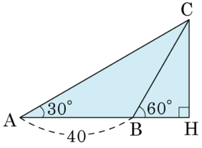
$$\begin{aligned}\overline{CH} &= 12 - \overline{BH} = 12 - 8\cos 60° \\ &= 12 - 4 = 8\ (\text{cm})\end{aligned}$$

$\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2$이므로

$\overline{AC}^2 = (4\sqrt{3})^2 + 8^2 = 112$

따라서 $\overline{AC} = 4\sqrt{7}\ (\text{cm})$

27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20\sqrt{3}$ ② $200\sqrt{3}$ ③ $400\sqrt{3}$

④ $600\sqrt{3}$ ⑤ $800\sqrt{3}$

해설

$$\overline{AH} = \frac{h}{\tan 30°},\ \overline{BH} = \frac{h}{\tan 60°}$$

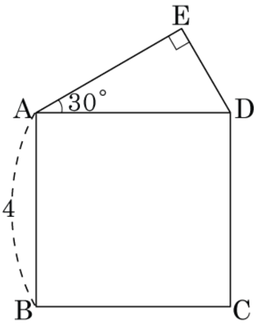
$$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \frac{h}{\tan 30°} - \frac{h}{\tan 60°}$$

$$h\left(\frac{1}{\tan 30°} - \frac{1}{\tan 60°}\right) = 40,\ h\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 40$$

$$\therefore\ h = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $40 \times 20\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 400\sqrt{3}$

28. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4인 정사각형이고, 삼각형 ADE는 $\angle AED = 90°$, $\angle EAD = 30°$인 직각삼각형이다. 오각형 ABCDE의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $16 + 2\sqrt{3}$

해설

$\cos 30° = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{AE}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore\ \overline{AE} = 2\sqrt{3}$

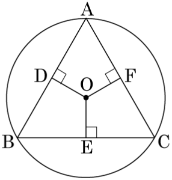
$\triangle ADE = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \sin 30°$

$= \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 2\sqrt{3}$

$\square ABCD = 4 \times 4 = 16$

그러므로 오각형 ABCDE $= 2\sqrt{3} + 16$이다.

29. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$ 이고 $\overline{AB}=4\sqrt{3}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB}:\overline{AE}=2:\sqrt{3}$

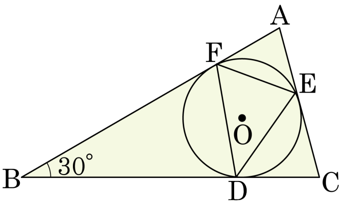
$$\overline{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA}=\frac{2}{3}\overline{AE}=\frac{2}{3}\times 6=4\,(\mathrm{cm})$$

(원의 넓이)$=\pi\times(4)^2=16\pi$

30. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle FED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : __________ °

▷ 정답 : 75 °

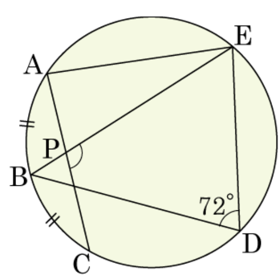
해설

선분 $\overline{OF}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$\angle FOD = 360° - 90° - 90° - 30° = 150°$

$\therefore\ \angle FED = 150° \times \frac{1}{2} = 75°$

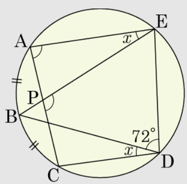
31. 다음 그림에서 $5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 이고 $\angle\mathrm{BDE} = 72°$ 이다. $\overline{\mathrm{AC}}$ 와 $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle\mathrm{CPE}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : 108 $\underline{°}$

해설



$5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 이므로

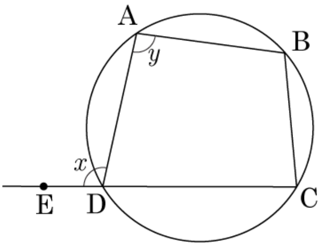
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{BDC} = x$

$\square\mathrm{ACDE}$ 에서

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{CAE} &= 180° - \angle\mathrm{CDE} \\ &= 180° - (72° + x) \\ &= 108° - x\end{aligned}$$

$\angle\mathrm{CPE} = \angle\mathrm{CAE} + x = 108°$

32. 다 음 그 림 의 원 에 서 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{DAB}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{3}{5}$ 이고 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{5}{9}$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 172 °

해설

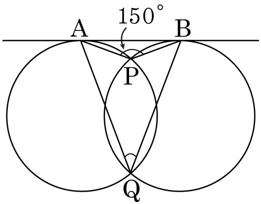
$\angle BCD = \frac{3}{5} \times 180° = 108°$ 이므로 $y° = 180° - 108° = 72°$ $\therefore$ $y = 72°$

$\angle ABC = \frac{5}{9} \times 180° = 100°$ 이므로

$x° = 100°$ $\quad \therefore x = 100°$

따라서 $x + y = 100 + 72 = 172°$이다.

33. 다음 그림에서 직선 AB 는 두 원의 공통접선이고, 점 P, Q 는 두 원의 교점이다. $\angle APB = 150°$ 일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.

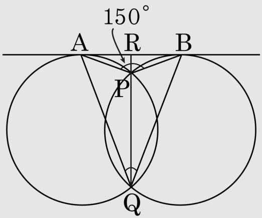


▶ 답 : $\underline{\quad\quad °}$

▷ 정답 : $30\underline{°}$

해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선을 긋고, 직선 AB 와의 교점을 R 라 한다.



$\triangle APQ$ 에서 $\angle PAR = \angle AQP$ 이고

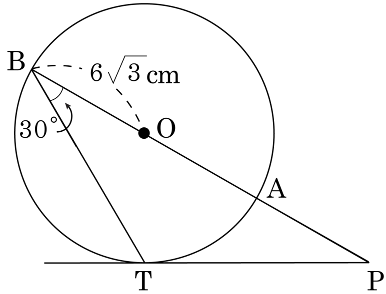
$\triangle BPQ$ 에서 $\angle PBR = \angle BQP$ 이므로

$\triangle APB$ 에서

$\angle PAR + \angle PBR = 180° - 150° = 30°$

$$\begin{aligned}\angle AQB &= \angle AQP + \angle BQP \\ &= \angle PAR + \angle PBR = 30°\end{aligned}$$

34. 다음 그림에서 직선 PT 는 반지름의 길이가 $6\sqrt{3}$ cm 인 원 O 의 접선이고 $\angle PBT = 30°$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}$ cm

② 6 cm

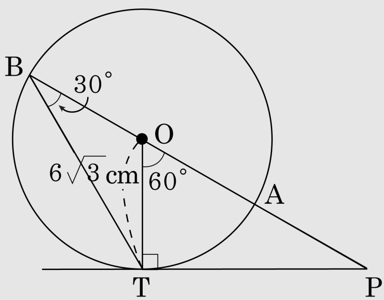
③ $6\sqrt{3}$ cm

④ 12 cm

⑤ $12\sqrt{3}$ cm

해설

다음 그림에서 $\angle AOT = 60°$, $\angle OTP = 90°$ 이므로



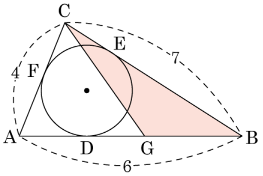
$\triangle OTP$ 에서

$\cos 60° = \dfrac{6\sqrt{3}}{\overline{OP}} = \dfrac{1}{2}$ 이므로

$\therefore \overline{OP} = 12\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{PA} = \overline{PO} - \overline{AO} = 12\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

35. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle$ABC 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{BC}}=7$, $\overline{\mathrm{AC}}=4$ 이고 $\overline{\mathrm{DG}}:\overline{\mathrm{GB}}=2:3$ 일 때, $\triangle$GBC 의 넓이는?



① $\dfrac{9\sqrt{255}}{40}$　② $\dfrac{9\sqrt{255}}{80}$　③ $\dfrac{27\sqrt{255}}{40}$
④ $\dfrac{27\sqrt{255}}{80}$　⑤ $\dfrac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{AD}}=a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=a$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=6-a$, $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}}=4-a$

$\overline{\mathrm{BC}}=(6-a)+(4-a)=7$ 이므로

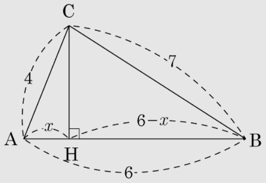
$a=\overline{\mathrm{AD}}=\dfrac{3}{2}$, $\overline{\mathrm{BD}}=6-\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{2}$

$\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{BD}}=\dfrac{3}{2}:\dfrac{9}{2}=1:3$ 이므로 $\triangle\mathrm{DBC}=\dfrac{3}{4}\triangle\mathrm{ABC}$ 이고

$\overline{\mathrm{DG}}:\overline{\mathrm{GB}}=2:3$ 이므로 $\triangle\mathrm{GBC}=\dfrac{3}{5}\triangle\mathrm{DBC}$

$\therefore \triangle\mathrm{GBC}=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{4}\times\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{9}{20}\triangle\mathrm{ABC}$

다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}}=x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BH}}=6-x$



$\overline{\mathrm{CH}^2}=4^2-x^2=7^2-(6-x)^2 \;\therefore\; x=\dfrac{1}{4}$

$\triangle$AHC 에서 $\overline{\mathrm{CH}}=\sqrt{4^2-(\frac{1}{4})^2}=\sqrt{16-\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{255}{16}}=\dfrac{\sqrt{255}}{4}$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{\sqrt{255}}{4}=\dfrac{3}{4}\sqrt{255}$

$\therefore \triangle\mathrm{GBC}=\dfrac{9}{20}\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{9}{20}\times\dfrac{3}{4}\sqrt{255}=\dfrac{27}{80}\sqrt{255}$