

1. x 가 정수일 때, $|x-2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 0

해설

$|x-2| \leq 5 \leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$
 x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수
 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$

2. 수직선 위의 두 점 A(-2), B(4)에 대하여 P(-5)일 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

수직선 위의 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여

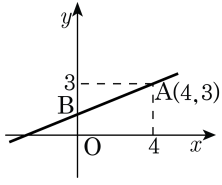
$\overline{PA} + \overline{PB}$ 를 구한다.

A(-2), B(4), P(-5)에 대하여

$\overline{PA} = |-5 - (-2)| = 3$, $\overline{PB} = |-5 - 4| = 9$

$\therefore \overline{PA} + \overline{PB} = 3 + 9 = 12$

3. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이고, 점 A(4, 3) 을 지나는 직선이 y 축과 만나는 점을 B(0, k) 라 할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 1$

해설

두 점 A, B 를 지나는 직선의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$(\text{기울기}) = \frac{3 - k}{4 - 0} = \frac{1}{2}$$

따라서 $k = 1$

4. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

x 의 계수가 미지수이므로
i) $a = 0$ 일 때,
 $3 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.
ii) $a \neq 0$ 일 때,
 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면
 $a > 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, a(a - 3) < 0$
 $\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 < a < 3$
i), ii)에서 $0 \leq a < 3$
따라서 정수 a 는 0, 1, 2의 3개이다.

5. $2x - 1 > 0$, $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는 x 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

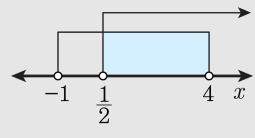
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서 x 중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3 개다.

6. 길이가 6인 선분을 같은 방향으로 2 : 1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

길이가 6인 선분을 OA 라 하고,
O를 원점으로 잡으면 A의 좌표는 (6, 0)
이 선분을 2 : 1로 내분하는 점 P(x_1)라 하면

$$x_1 = \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1} = 4$$

2 : 1로 외분하는 점 Q(x_2)라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1} = 12$$

따라서 $PQ = 12 - 4 = 8$

7. 두 점 $(1, 2)$, $(2, 1)$ 을 지나고, x 축에 접하는 원은 두 개있다. 두 원의 중심 사이의 거리는?

① 4 ② 5 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 6 ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

그 원을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ 이라 하면
(1, 2), (2, 1)을 지나므로
 $(1-a)^2 + (2-b)^2 = b^2$, $(2-a)^2 + (1-b)^2 = b^2$
 $1-2a+a^2+4-4b=0 \cdots \textcircled{1}$
 $4-4a+a^2+1-2b=0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}$
 $a^2-6a+5=0$, $(a-1)(a-5)=0$
 $\therefore a=1$ 또는 $a=5$
i) $a=1$ 이면 $\textcircled{1}$ 에서 $b=1$
ii) $a=5$ 이면 $\textcircled{1}$ 에서 $b=5$
 $\therefore$ 두 원의 중심은 $(1, 1)$, $(5, 5)$ 이다.
중심거리
 $= \sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

8. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0, x > 0, x+1 > 0, x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ㉠$
한편, 둔각삼각형이 되려면
 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \dots\dots ㉡$
㉠, ㉡에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2, b = 4$
따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

9. 점 $(3, -1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식 중 기울기가 음수인 것의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $(3, -1)$ 을 지나고 접선의 기울기를 m 이라고 하면

접선은 $y + 1 = m(x - 3) \cdots \textcircled{1}$

따라서 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선

$mx - y - 3m - 1 = 0$ 과의 거리가

원의 반지름 $\sqrt{5}$ 와 같다.

$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}, |-3m - 1| = \sqrt{5} \sqrt{m^2 + 1}$

양변을 제곱하면

$9m^2 + 6m + 1 = 5m^2 + 5, 4m^2 + 6m - 4 = 0$

따라서, 기울기 $m = \frac{1}{2}, -2$

여기서 기울기가 음수인 -2 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$y = -2x + 5$

따라서 y 절편은 5이다.

10. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 인 원을 x 축 방향으로 a 만큼 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

- ① $a^2 + b^2 = 1$ ② $a^2 + b^2 = 4$ ③ $a^2 + b^2 = 9$
- ④ $a^2 + b^2 = 16$ ⑤ $a^2 + b^2 = 25$

해설

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \cdots \textcircled{A}$
원 $\textcircled{A}$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $\{(x-a)-1\}^2 + \{(y-b)+2\}^2 = 4$
 $\{x-(a+1)\}^2 + \{y-(b-2)\}^2 = 4 \cdots \textcircled{B}$
원 $\textcircled{A}$ 과 원 $\textcircled{B}$ 이 외접하므로 중심거리 d 와 두 원 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.
 $\therefore d = \sqrt{(a+1-1)^2 + (b-2+2)^2}$
 $= \sqrt{a^2 + b^2} = 2 + 2 = 4$
 $\therefore a^2 + b^2 = 16$