

1. 연립부등식 $4x - 3 < 2x + 5 < 3x + 8$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$4x - 3 < 2x + 5 < 3x + 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x - 3 < 2x + 5 \\ 2x + 5 < 3x + 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x < 8 \\ -x < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 < x < 4$$

가장 큰 정수는 3 이다.

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq -1, \frac{2}{3} < x < 1$ ② $-1 < x \leq -3, \frac{2}{3} \leq x < 2$
 ③ $-2 < x \leq 0, \frac{1}{3} < x < 1$ ④ $-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$
 ⑤ $-4 < x \leq -2, \frac{1}{3} < x < 1$

해설

$$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$ 이므로

$$x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq \frac{2}{3}$$

(나)에서 $-2 < x+1 < 2,$

$-3 < x < 1$ 이므로

$$-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$$

3. 두 점 A (3, -2) , B (-1, 2) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① (1, -1)

② (-1, 0)

③ (1, 0)

④ (2, 0)

⑤ (2, -1)

해설

x 축 위의 점을 P ($x, 0$) 이라 하면 $(x - 3)^2 + 2^2 = (x + 1)^2 + 2^2$
 $\Rightarrow x = 1$

4. 점 A(-1, -1)에 대하여 점 P(2, 3)과 대칭인 점 Q의 좌표를 구하면?

- ① Q(-4, 5) ② Q(4, -5) ③ Q(-4, -5)
④ Q(-2, -3) ⑤ Q(1, 1)

해설

점 P와 점 Q는 점 A에 대하여 대칭이므로
 $\overline{PA} = \overline{QA}$ 이다.
즉 선분 PQ의 중점이 점 A이다.
Q(x, y)라 하면, 점 P(2, 3)과
점 Q를 이은 선분의 중점이 A(-1, -1)이므로
 $\frac{x+2}{2} = -1, \frac{y+3}{2} = -1$
 $\therefore x = -4, y = -5$
 $\therefore Q(-4, -5)$

5. 다음 <보기> 중 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 과 서로 수직인 직선을 모두 고른 것은?

보기

- ☐ ㉠ $y = 2x + 1$
- ☐ ㉡ $y = -2(x - 1)$
- ☐ ㉢ $y = -2x + 3$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

해설

서로 수직인 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이므로
직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 과 수직인 직선의 기울기는 -2 이다.
기울기가 -2 인 직선은 ㉡, ㉢이다.

6. 세 직선 $l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0, n : x - 2y + 3 = 0$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

㉠ $l // m$

㉡ $m \perp n$

㉢ $l \perp n$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + \frac{1}{2}$$

$$n : x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{에서}$$

두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱이

$$(-2) \times \frac{1}{2} = -1 \text{이므로}$$

l 과 n 은 서로 수직이다.

즉, $l \perp n$ 한편, 기울기가 같은 직선은

없으므로 서로 평행한 직선은 없다.

따라서 옳은 것은 ㉢뿐이다

7. $2 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq a$ 일 때, $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a 의 최솟값은? (단, $a \geq 1$)

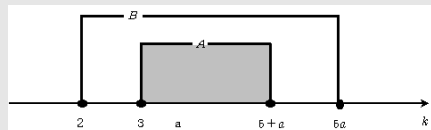
- ① 1 ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \leq x+y \leq 5+a$, $2 \leq xy \leq 5a$ 이므로

$3 \leq x+y \leq 5+a$,

이때 $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \leq 5a$ 이어야 하므로 $4a \geq 5$

$\therefore a \geq \frac{5}{4}$

8. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 15
- ▷ 정답 : 17
- ▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면
 $45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$
 $45 < 3x < 55$
 $\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$
 $\therefore x = 16, 17, 18$
 x 는 홀수이므로 17 이다.
따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

9. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + ax + a$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 < a < 3$ ② $-2 < a < 4$ ③ $-2 < a < 6$
④ $2 < a < 4$ ⑤ $2 < a < 6$

해설

$x^2 + ax + a > -3, x^2 + ax + (a + 3) > 0$
모든 실수 x 에 대하여 성립하려면
이차방정식 $x^2 + ax + (a + 3) = 0$ 의 판별식을
 D 라 할 때,
 $D < 0$ 이어야 하므로
 $D = a^2 - 4(a + 3) < 0$
 $a^2 - 4a - 12 < 0, (a - 6)(a + 2) < 0$
 $\therefore -2 < a < 6$

10. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2-3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 원
② 아래로 볼록한 포물선
③ 위로 볼록한 포물선
④ 기울기가 음인 직선
⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2-3i)z &= (2-3i)(a+bi) \\ &= (2a+3b) + (2b-3a)i \cdots \textcircled{7}\end{aligned}$$

㉦이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.

11. 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하면 직선 $3x + y - 1 = 0$ 이 된다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하므로
직선 $3x + y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y - n$ 을 대입하면
 $3(x - 1) + (y - n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 $3x + y - 1 = 0$ 과 일치하므로 $-n - 8 = -1 \therefore n = -7$

12. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$
(ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
(i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

13. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을
 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$
즉, $x^2 + y^2 - ax + by = 0$
이것이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 과
같으므로 계수를 비교하면
 $-a = 2 - b, b = 2a - 4$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$
 $\therefore a + b = 6 + 8 = 14$

14. 부등식 $\begin{cases} x-11 \geq 2x-4 \\ a-x < 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

$$\begin{cases} x-11 \geq 2x-4 \\ a-x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x > a-1 \end{cases}$$

의 해가 없으므로 $a-1 \geq -7$

$$\therefore a \geq -6$$

따라서 a 의 가장 작은 수는 -6 이다.

15. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

16. 직선 $(k + 1)x - (k - 2)y - 3 = 0$ 에 대하여 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, k 는 실수)

< 보 기 >

- ㉠ $k = -1$ 이면 점 $(1, 0)$ 을 지난다.
- ㉡ $k = 2$ 이면 y 축에 평행이다.
- ㉢ k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

- ① ㉢
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $k = -1$ 이면 $y = 1$ 이므로 점 $(0, 1)$ 을 지난다.
- ㉡ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 이므로 y 축에 평행이다.
- ㉢ $(x - y)k + (x + 2y - 3) = 0$ 이므로 k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

17. 두 원 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x-5)^2 + y^2 = 4$ 의 공통내접선의 길이는?

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

해설

두 원의 중심거리는
 $\overline{OO'} = \sqrt{(5-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{17}$
 $\overline{O'H} = \overline{O'B} + \overline{BH} = \overline{O'B} + \overline{OA} = 2 + 1 = 3$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{OH} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'H}^2} = \sqrt{17 - 3^2} = 2\sqrt{2}$
따라서 공통내접선의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p - 1 = 0$ 의 두 근이 모두 -2 와 2 사이에 있도록 실수 p 의 값의 범위를 구하면?

- ① $p > 5, p < 1$ ② $-\frac{5}{4} < p < 1$ ③ $-5 < p < 3$
④ $p > 1, p < -1$ ⑤ $p > 5, p < -1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p - 1$ 로 놓으면
(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D > 0$ 에서
 $(p+1)^2 - 4(2p-1) > 0$, $p^2 + 2p + 1 - 8p + 4 > 0$
 $p^2 - 6p + 5 > 0$, $(p-5)(p-1) > 0$
 $\therefore p > 5, p < 1$
(ii) $f(-2) > 0$ 에서
 $4 + 2(p+1) + 2p - 1 > 0$
 $4p + 5 > 0$, $4p > -5 \quad \therefore p > -\frac{5}{4}$
(iii) $f(2) > 0$ 에서
 $4 - 2p - 2 + 2p - 1 > 0 \therefore$ 성립
(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로
 $-2 < \frac{p+1}{2} < 2 \quad -4 < p+1 < 4$
 $\therefore -5 < p < 3$
따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서
 $\therefore -\frac{5}{4} < p < 1$

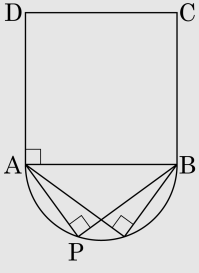
19. 한 변의 길이가 a 인 정사각형 ABCD 의 외부에 있는 점으로서 두 꼭짓점을 바라보는 각이 90° 를 이루는 점의 자취의 길이는? (단, 변을 통과하여 바라볼 수는 없다.)

- ① πa
 ② $\sqrt{2}\pi a$
 ③ $2\pi a$
- ④ $2\sqrt{2}\pi a$
 ⑤ $4\pi a$

해설

두 점 A, B 를 바라보는 각이 90° 되는 점 P 의 자취는 AB 를 지름으로 하는 (바깥쪽의) 반원이다.

4개의 반원의 길이의 합이므로
 $2 \times \left(2\pi \frac{a}{2}\right) = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right) = 2\pi a$



20. $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 6$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 의
 최댓값은?
- ㉠ $3 + 2\sqrt{2}$ ㉡ $2 + \sqrt{3}$ ㉢ $3\sqrt{3}$
 ㉣ 6 ㉤ $6 + 2\sqrt{3}$

해설

$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 6$ 은 중심이 $(3, 3)$,
반지름이 $\sqrt{6}$ 인 원이고
 $P(x, y)$ 에 대하여
 $\frac{y}{x}$ 의 최댓값은 $\frac{y}{x} = k, y = kx$ 이므로
 $\overline{OP}$ 의 기울기의 최댓값이다.
 $y = kx$ 라 두고 원에 접하는 경우로 계산
하면
 $kx - y = 0$ 에서 중심 $(3, 3)$ 까지의 거리가
원의 반지름 $\sqrt{6}$ 과 같다.
 $\frac{|3k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{6}, k^2 - 6k + 1 = 0$
 $k = 3 \pm 2\sqrt{2}$ 이므로, 최댓값은 $3 + 2\sqrt{2}$ 이다.