

1. 유리식 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $a \neq b$)

① $\frac{a+b}{a-b}$

② $\frac{a-b}{a+b}$

③ $\frac{a}{a+b}$

④ $\frac{a}{a-b}$

⑤ 1

해설

$$\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a - b)^2} = \frac{a + b}{a - b}$$

2. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2 + bx + c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\
 &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\
 &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\
 &= \frac{-2(x^2 - 6x + 8 + x^2 - 4x + 3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 &= \frac{-2(2x^2 - 10x + 11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 &= \frac{ax^2 + bx + c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 \therefore a &= -4, b = 20, c = -22 \\
 \therefore a + b + c &= -6
 \end{aligned}$$

3. 유리식 $\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{a}{b}$ ② $\frac{b}{ac}$ ③ $\frac{c}{ab}$ ④ $\frac{a}{bc}$ ⑤ $\frac{a}{c}$

해설

$$\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab} = \frac{a+b}{(a-b)c} \times \frac{a(a-b)}{b(a+b)} = \frac{a}{bc}$$

4. 분수식 $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2+2x}$ 의 계산 결과는?

① $\frac{-1}{(x+2)^2}$

② $\frac{1}{(x+2)^2}$

③ $\frac{2}{(x+2)^2}$

④ $\frac{-1}{x(x+2)^2}$

⑤ $\frac{1}{x(x+2)^2}$

해설

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

5. $x, y, y - \frac{1}{x}$ 이 모두 0이 아닐 때, $\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $\frac{x}{y}$

③ $\frac{y}{x}$

④ $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

⑤ $xy - \frac{1}{xy}$

해설

$$\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{xy - 1}{y}}{\frac{xy - 1}{x}} = \frac{x}{y}$$

6. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x+y}{x-y}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}y$$

$$\therefore \frac{x+y}{x-y} = \frac{\frac{3}{2}y + y}{\frac{3}{2}y - y} = 5$$

7. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k (k \neq 0)$ 라고 가정하면

$$x = 3k, y = 2k$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

8. 어떤 수 x 의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

① $2x + \frac{1}{2}$

② $x + \frac{1}{2}$

③ $2x + 2$

④ $2x + 4$

⑤ $2x + 16$

해설

$$\frac{8x + 2}{4} = 2x + \frac{1}{2}$$

9. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

$$\text{점근선은 } x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

10. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

11. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

12. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

13. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p + q = 14$$

14. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

15. 함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a, y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-4)-2}{x-4} = \frac{-2}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4, b = 1$ 이므로

$\therefore a - b = 4 - 1 = 3$

16. 함수 $y = \frac{bx-3}{x-a}$ 의 정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,

$a = 4, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

17. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

$$\text{㉠ } y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$$

$$\text{㉡ } y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$$

$$\text{㉢ } y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

18. $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$ 을 간단히 하면?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{11}{20}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{7}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right) \\ &= \frac{1 \cdot 3}{2^2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3^2} \cdots \frac{8 \cdot 10}{9^2} \cdot \frac{9 \cdot 11}{10^2} \\ &= \frac{1 \cdot 11}{2 \cdot 10} = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

일반적으로

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

19. 분수식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{x-3}{x(x+1)}$

② $\frac{x-3}{x(x+1)}$

③ $\frac{x+3}{x(x+1)}$

④ $\frac{x+3}{x(x-1)}$

⑤ $\frac{x-3}{x(x-1)}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{2x(x-1) + (3x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{5x^2-x-2}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{(5x^3-x^2-2x) - (5x^2-7x+3)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2+2x-3}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

해설

분자의 차수를 줄여서 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x} \\ &= \frac{2(x+1)-2}{x+1} + \frac{3(x-1)+1}{x-1} - \frac{5(x^2-x)-2x+3}{x^2-x} \\ &= (2+3-5) + \frac{-2}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{-2(x-1)+x+1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{x(-x+3) + (2x-3)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

20. 두 양수 m, n 에 대하여 $\frac{ma + nb}{m + n} = \frac{mb + nc}{m + n} = \frac{mc + na}{m + n} = 10$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned}\frac{ma + nb}{m + n} &= \frac{mb + nc}{m + n} = \frac{mc + na}{m + n} \\&= \frac{(ma + nb) + (mb + nc) + (mc + na)}{(m + n) + (m + n) + (m + n)} \\&= \frac{m(a + b + c) + n(a + b + c)}{3(m + n)} \\&= \frac{(m + n)(a + b + c)}{3(m + n)} = \frac{a + b + c}{3}\end{aligned}$$

따라서, $\frac{a + b + c}{3} = 10$ 이므로

$$a + b + c = 30$$

21. 분수식 $\frac{x}{x+1} + \frac{2x-1}{x-1} - \frac{3x^2+4x+2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{x-2}{x(x-1)}$

② $\frac{x+2}{x(x+1)}$

③ $\frac{x-2}{x(x+1)}$

④ $\frac{x+2}{x(x-1)}$

⑤ $\frac{x-2}{x(x-1)}$

해설

$$\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1},$$

$$\frac{2x-1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1},$$

$$\frac{3x^2+4x+2}{x^2+x} = 3 + \frac{x+2}{x^2+x} \quad \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \left(2 + \frac{1}{x-1}\right) \\ &\quad - \left(3 + \frac{x+2}{x^2+x}\right) \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+2}{x(x+1)}$$

$$= \frac{-x(x-1) + x(x+1) - (x-1)(x+2)}{x(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{-x^2 + x + x^2 + x - x^2 - x + 2}{x(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{-x^2 + x + 2}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{-(x^2 - x - 2)}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{-(x-2)(x+1)}{x(x-1)(x+1)}$$

$$= -\frac{x-2}{x(x-1)}$$

22. 분수식 $\frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-2} + \frac{x+10}{x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{x-2}$

② $\frac{1}{x+2}$

③ $\frac{4}{x-2}$

④ $\frac{4}{x+2}$

⑤ $\frac{4x}{x-2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-2} + \frac{x+10}{x^2-4} \\ &= \frac{2x-4+x+2+x+10}{x^2-4} \\ &= \frac{4x+8}{x^2-4} \\ &= \frac{4}{x-2} \end{aligned}$$

23. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

24. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 - 2y^2}$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ -4

④ 4

⑤ -6

해설

$$x = 4k, y = 3k \text{ (단, } k \neq 0 \text{)}$$

$$\frac{xy}{x^2 - 2y^2} = \frac{12k^2}{16k^2 - 18k^2} = -6$$

25. $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{13 \times 14} = \frac{a}{14}$ 에서 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\text{준식} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdots - \frac{1}{14} = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$$

$$\therefore a = 13$$