

1. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$ 의 해는?

① $-3 < x < 3$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ 해가 없다.

⑤ $-3 < x < 5$

해설

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x-1 > 2 \\ 7x+5 < 2x+10 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$



따라서 해가 없다.

2. 두 점 A(2, 3), B(4, 1) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 에 대하여 원점 O 에서 점 P 까지의 거리는?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ 2

해설

x 축 위의 점 P 의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(2-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (1-0)^2$$

$$a^2 - 4a + 13 = a^2 - 8a + 17, 4a = 4, a = 1 \therefore \overline{OP} = 1$$

3. 다음 중 좌표평면 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 를 원점에 대하여 대칭이동시키는 것을 나타낸 식은?

- ① $f : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ ② $f : (x, y) \rightarrow (-y, x)$
 ③ $f : (x, y) \rightarrow (-x, y)$ ④ $f : (x, y) \rightarrow (x, y)$
 ⑤ $f : (x, y) \rightarrow (y, x)$

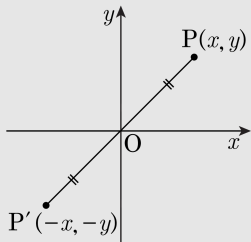
해설

좌표 평면 위에 직선 $y = x$ 위에 있지 않은 임의의 한 점을 잡아서 직접 원점에 대해 대칭시켜서 두 점의 좌표 사이의 관계를 찾아본다.

다음 그림과 같이 좌표평면 위의 임의의 점

$P(x, y)$ 을 원점에 대하여 대칭이동시키면

점 $P'(-x, -y)$ 이 되므로 이를 옳게 나타낸 식은 $f : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 이다.



4. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq -2$

② $-1 \leq k \leq 2$

③ $1 \leq k \leq 8$

④ $2 \leq k \leq 8$

⑤ $k \leq 8$

해설

x^2 의 계수가 미지수 k 이므로

i) $k = 0$ 일 때 $8x + 2 \geq 0$ 에서 $x \geq -\frac{1}{4}$ 이므로

모든 실수 x 에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$ 일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 의 해가 모든 실수이려면 $k > 0 \cdots \textcircled{7}$

$$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0, \quad k^2 - 10k + 16 \leq 0,$$

$$(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq k \leq 8 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$

i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$ 이다.

5.
$$\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$$
 을 만족하는 x 의 범위의 해가 $\alpha < x \leq \beta$ 일 때,
 $\alpha + \beta$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - 3x \leq 0 \text{에서}$$

$$x(x-3) \leq 0 \text{이므로}$$

$$0 \leq x \leq 3 \cdots (가)$$

$$x^2 - 5x + 4 < 0 \text{에서}$$

$$(x-1)(x-4) < 0 \text{이므로}$$

$$1 < x < 4 \cdots (나)$$

(가), (나)에 의해

$$1 < x \leq 3 \text{이므로}$$

$$\alpha = 1, \beta = 3$$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

6. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r^2$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 19

⑤ 21

해설

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 1$$

$\therefore$ 구하는 원은 $(-2, 5)$ 와 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.

$$\text{이 원은 중심이 } \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2} \right) = (1, 2)$$

$$\text{반지름이 } \frac{1}{2} \sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$$

이므로 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$\therefore a = 1, b = 2, r^2 = 18$$

$$\therefore a + b + r^2 = 21$$

7. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 이므로

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = 6$$

따라서, 구하는 a, b, c 의 값의 합은

$$2 + (-6) + 6 = 2$$

8. 직선 $l: x + y = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 직선을 m 이라고 할 때, 두 직선 l, m 과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{11}{2}$

② 6

③ $\frac{13}{2}$

④ 7

⑤ $\frac{15}{2}$

해설

직선 $l: x + y = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한

직선의 방정식은 $(x - 2) + (y - 1) = 1$

$$\therefore m: x + y = 4$$

따라서, 두 직선 l, m 과 x 축 및 y 축으로

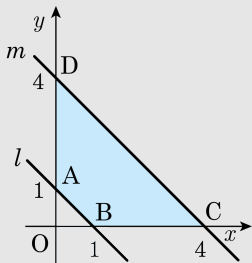
둘러싸인 도형은 다음 그림의 사각형 ABCD 이므로 그 넓이는 삼각형 OCD 의 넓이에서

삼각형 OBA 의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore \square ABCD = \triangle OCD - \triangle OBA$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1$$

$$= \frac{15}{2}$$



9. 직선 $y = x + 1$ 에 관해서 점 $A(-2, 3)$ 과 대칭인 점의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = x + 1$ 에 $A(-2, 3)$ 에 대칭인 점은 A' 이므로 $\overline{AA'}$ 의 중점은 $y = x + 1$ 위의 점이다.

$$\frac{-2 + a}{2} + 1 = \frac{3 + b}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또 $\overline{AA'}$ 의 기울기와 $y = x + 1$ 의 기울기의 곱이 -1 이므로

$$\left(\frac{b-3}{a+2}\right) \times 1 = -1$$

$$\therefore b - 3 = -a - 2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에 의해 $a = 2$, $b = -1$

$$\therefore (2, -1)$$

10. 좌표평면 위의 원점에서 직선 $3x - y + 2 - k(x + y) = 0$ 까지의 거리의 최대값은?(단, k 는 실수)

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{\sqrt{2}}{4}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

원점 O 에서 직선 $(3 - k)x - (1 + k)y + 2 = 0$ 까지의 거리는

$$\frac{|2|}{\sqrt{(3 - k)^2 + (1 + k)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}}$$

거리가 최대가 되려면 분모가 최소일 때이다.

$$2k^2 - 4k + 10 = 2(k - 1)^2 + 8 \geq 8 \text{ 이므로}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}} \leq \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \text{최대값 } \frac{\sqrt{2}}{2}$$