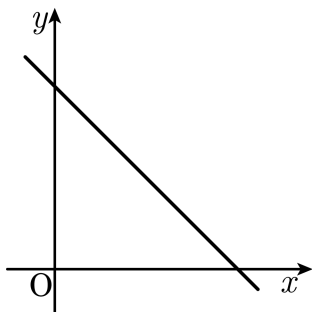
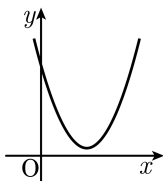


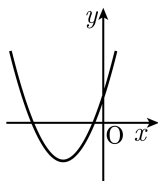
1. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



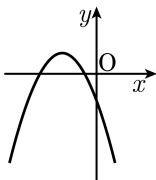
①



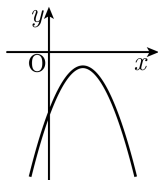
②



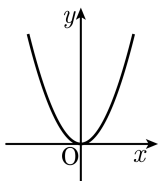
③



④



⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

2. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면

$$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$$

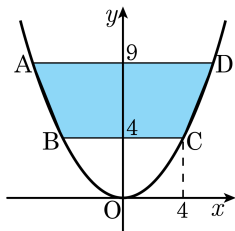
$$y = -3(x + 1)^2 + 5 \text{ 이므로}$$

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
 $q = 2$

$$\text{따라서 } \frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ 이다.}$$

3. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 C (4, 4) 를 대입하면

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

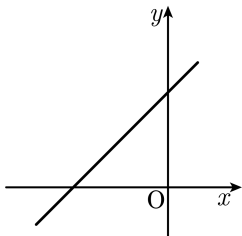
$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

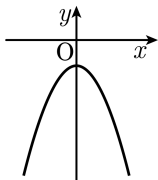
$\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$$

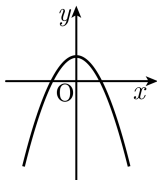
4. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



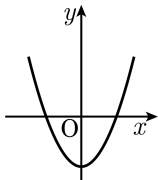
①



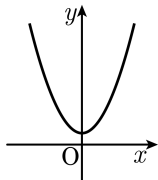
②



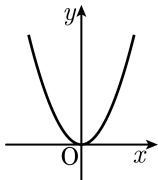
③



④



⑤



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

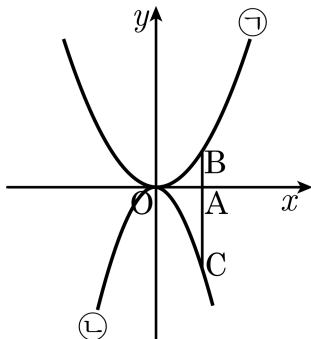
- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

6. 그림과 같이 2 개의 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{\Gamma}$, $y = -x^2 \cdots \textcircled{\text{L}}$ 이 있다. 점 $A(a, 0)$ 을 지나며, x 축에 수직인 직선이 포물선 $\textcircled{\Gamma}$ 과 만나는 점을 B , 포물선 $\textcircled{\text{L}}$ 과 만나는 점을 C 라 한다. $\overline{BC} = \frac{4}{3}$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$

② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

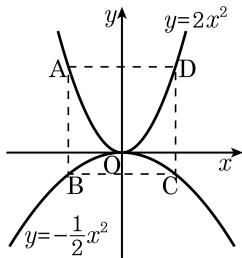
해설

$$B\left(a, \frac{1}{2}a^2\right), C(a, -a^2)$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}a^2 - (-a^2) = \frac{3}{2}a^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{2}}{3} (\because a > 0)$$

7. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

8. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 1)$

② $(3, 5)$

③ $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$

④ $(2, 5)$

⑤ $\left(-1, \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$ 를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 =$

$$\frac{1}{2}(-1+2)^2 + b, \therefore b = \frac{5}{2}$$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$ 이다.

9. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$$

10. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

①

-1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x + 1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$B(1, 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0$, $\therefore p = 3$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

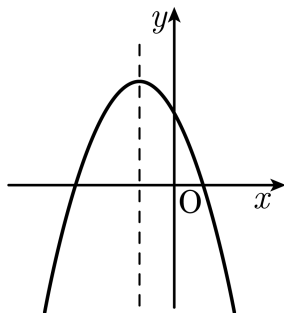
11. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

- ① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

- ① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $x = 0$ (y 축)을 축으로 하고, $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 한다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a 가 커지면 $|a|$ 이 작아지므로 폭은 넓어진다.

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0$ 에서 $b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

(1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록

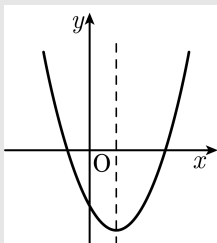
(2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$\begin{aligned} y &= c \left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2} \right) + b \\ &= c \left(x + \frac{a}{2c} \right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b \text{ 이므로} \end{aligned}$$

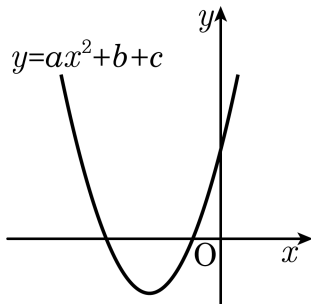
$$\text{축: } -\frac{a}{2c} > 0$$

(3) y 절편: $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.



13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$

② $a < 0$

③ $b > 0$

④ $c < 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A(2, 0), B(-5, 0) 이라고 할 때, 두 점 A, B 와 y 절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 14이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17.15

해설

y 절편의 절댓값을 m 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (2 + 5) \times m = 14, m = 4$$

$a > 0$ 이고, x 절편이 -5, 2 이므로 y 절편은 음수이다.

$y = a(x + 5)(x - 2)$ 에 $(0, -4)$ 를 대입하면

$$-4 = -10a, a = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{5}(x + 5)(x - 2) \\ &= \frac{2}{5}x^2 + \frac{6}{5}x - 4 \\ &= \frac{2}{5}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{10} \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{49}{10} = 17.15$ 이다.

15. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

16. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

17. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

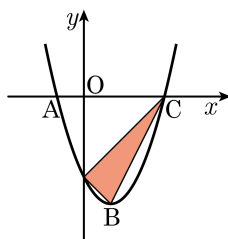
$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

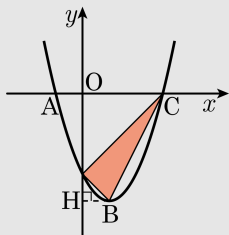
18. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$