

1. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $x + 2y = 8$ 의 해의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$x + 2y = 8$ 을 만족하는 자연수 x, y 의 값은
(2, 3), (4, 2), (6, 1) \rightarrow 3 개

2. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 $(x+y)^2$

의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 & \dots \textcircled{1} \\ 3x - y = 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면 $3y = 3 \quad \therefore y = 1$

$y = 1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $3x - 1 = 2 \quad \therefore x = 1$

$x = 1, y = 1$ 을 $(x+y)^2$ 에 대입하면

$$(1+1)^2 = 2^2 = 4$$

3. 연립방정식 $2x + y + 1 = 6x + 2 = 5x - y - 2$ 를 만족하는 y 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $y = -3$

해설

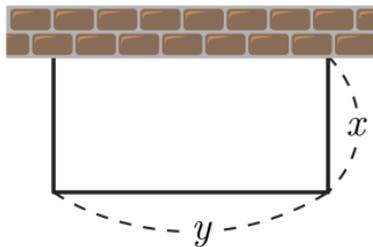
$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 6x + 2 \cdots \textcircled{1} \\ 5x - y - 2 = 6x + 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - y = -1 \cdots \textcircled{3} \\ x + y = -4 \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

③ + ④ 를 하면

$$5x = -5$$

$$\therefore x = -1, y = -3$$

5. 다음 그림과 같이 가로 길이가 세로 길이보다 2배 더 긴 모양의 철조망이 만들어져 있다. 철조망의 둘레의 길이가 24라고 할 때, 가로의 길이를 구하여라.(단, 벽에는 철조망을 만들지 않는다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{cases} y = 2x \cdots \text{㉠} \\ 2x + y = 24 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$4x = 24$$

$$\therefore x = 6$$

$$y = 2x = 2 \cdot 6 = 12$$

\therefore 가로의 길이 : 12

6. 자연수 x, y 가 있다. 이 두 수의 합은 21 이고, x 의 2 배를 3 으로 나눈 값은 y 에서 1 을 뺀 값과 같다고 한다. 이때 y 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ \frac{2x}{3} = y - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 21 & \dots \text{①} \\ 2x - 3y = -3 & \dots \text{②} \end{cases}$$

① $\times 3$ + ② 하면, $x = 12, y = 9$

7. 일차방정식 $x - ay + 6 = 0$ 이 $(3, 3)$, $(0, b)$, $(c, 5)$ 를 해로 가질 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 13

④ 14

⑤ 16

해설

$(3, 3)$ 을 $x - ay + 6 = 0$ 에 대입하면 $3 - 3a + 6 = 0$, 따라서 $a = 3$

$(0, b)$ 를 $x - 3y + 6 = 0$ 에 대입하면 $-3b + 6 = 0$, 따라서 $b = 2$

$(c, 5)$ 를 $x - 3y + 6 = 0$ 에 대입하면 $c - 15 + 6 = 0$, 따라서 $c = 9$

8. x, y 에 관한 두 일차방정식 $y = ax + 5$ 와 $bx + y = -c$ 의 해가 $(-1, 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a^2 - b + c$ 의 값은?

① 4

② 7

③ 9

④ 12

⑤ 13

해설

$(-1, 2)$ 를 $y = ax + 5$ 에 대입하면 $2 = -a + 5$, 따라서 $a = 3$ 이고,

$(-1, 2)$ 를 $bx + y = -c$ 에 대입하면 $-b + 2 = -c$, 따라서 $b - c = 2$ 가 된다.

$$\therefore a^2 - b + c = a^2 - (b - c) = 9 - 2 = 7$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} 2x : 1 = y : 6 \\ 3x - 4y = 45 \end{cases}$ 을 가감법으로 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

▷ 정답: $y = -12$

해설

$$\begin{cases} 2x : 1 = y : 6 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x - 4y = 45 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{㉠} \text{을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 12x - y = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x - 4y = 45 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{이다.}$$

y 를 소거하기 위해 $4 \times \textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면 $x = -1$ 이고, $x = -1$ 을 대입하면 $y = -12$ 이다.

10. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} |x| + |2y| = 4 \\ 3x - 2y + 5 = |x| \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{1}{3}$

▷ 정답 : $y = \frac{11}{6}$

해설

절댓값 기호 안에 들어있는 미지수가 양수인지 음수인지 구분하여 구한다.

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} \text{인 점을 이용하여}$$

(1) $x \geq 0, y \geq 0$ 일 때, $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{13}{6}$ 으로 조건에 맞지 않는다.

(2) $x \geq 0, y < 0$ 일 때, $x = -9, y = -\frac{13}{2}$ 으로 조건에 맞지 않는다.

(3) $x < 0, y \geq 0$ 일 때, $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{11}{6}$

(4) $x < 0, y < 0$ 일 때, $x = -\frac{9}{5}, y = -\frac{11}{10}$ 로 조건에 맞지 않는다.

$$\therefore x = -\frac{1}{3}, y = \frac{11}{6}$$

11. 직선 $ax + by = 1$ 이 두 직선 $2x - y = 5$, $x + 2y = 5$ 의 교점을 지나고 있다. 이때, a 를 b 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $a = 1 - 3b$

② $a = 1 + 3b$

③ $a = \frac{1-b}{3}$

④ $a = \frac{1+b}{3}$

⑤ $a = \frac{1-5b}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x - y = 5 & \cdots (1) \\ x + 2y = 5 & \cdots (2) \end{cases} \text{에서 } (1) \times 2 + (2) \text{를 하면}$$

$$5x = 15$$

따라서 $x = 3$, $y = 1$

$ax + by = 1$ 에 교점 $(3, 1)$ 을 대입하면

$$3a + b = 1$$

$$\therefore a = \frac{1-b}{3}$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ ax + y = -3 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 값의 비가 $1 : 2$

일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$x : y = 1 : 2$ 이므로 $y = 2x$ 를 $5x - 2y = 3$ 에 대입하면 $x = 3$,
 $y = 6$ 이 나오고, $ax + y = -3$ 에 대입하면 $a = -3$ 이 된다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 16 & \dots \textcircled{㉠} \\ x - ay = 14 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 푸는데 잘못하여 식의 a, b 를

바꾸어 놓고 풀었더니 $x = 4, y = -2$ 이 되었다. 이 때, $b - 2a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = 4, y = -2$ 는 $\begin{cases} bx + ay = 16 & \dots \textcircled{㉠} \\ x - by = 14 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 의 해 이므로 대입하면

$$\begin{cases} 4b - 2a = 16 & \dots \textcircled{㉠} \\ 4 + 2b = 14 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\textcircled{㉡}$ 식에서 $b = 5$ 이고 이를 $\textcircled{㉠}$ 식에 대입하면 $a = 2$ 이다.
따라서 $b - 2a = 5 - 4 = 1$ 이다.

14. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 일 때, $xy+z$ 의 값을 구하여

라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} \text{ 에서}$$

$$3x + 2y = 7 \quad \text{..... ㉠}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{z+3}{5} \text{ 에서}$$

$$5x - 2z = 11 \quad \text{..... ㉡}$$

$$x + 2y + 3z = 7 \quad \text{..... ㉢}$$

$$\text{㉠} - \text{㉢} \text{ 을 하면 } 2x - 3z = 0 \quad \text{..... ㉣}$$

$$\text{㉡} \times 3 - \text{㉣} \times 2 \text{ 를 하면 } 11x = 33$$

$$\therefore x = 3 \text{ 이것을 } \text{㉠}, \text{㉡} \text{ 에 대입하면 } y = -1, z = 2$$

$$\therefore xy + z = 3 \times (-1) + 2 = -1$$

15. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{5}{2}y = 2 \\ 0.6x - 0.5y = 5.6 \end{cases}$ 의 해는?

① $x = \frac{39}{4}, y = \frac{1}{2}$

② $x = \frac{1}{4}, y = \frac{1}{3}$

③ $x = 4, y = 1$

④ $x = \frac{1}{4}, y = 4$

⑤ $x = 5, y = 9$

해설

$\frac{1}{3}x - \frac{5}{2}y = 2$ 에 6 을 곱하면 $2x - 15y = 12$

$0.6x - 0.5y = 5.6$ 에 10 을 곱하면 $6x - 5y = 56$

두 식을 연립하면 $x = \frac{39}{4}, y = \frac{1}{2}$ 이다.

16. 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{8}{x} + \frac{9}{y} = 7 \end{cases}$$
 의 해를 구하여라

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ 라 하면

주어진 식은
$$\begin{cases} 4X - 3Y = 1 \cdots \text{㉠} \\ 8X + 9Y = 7 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$
 이므로

$\text{㉠} \times 3 + \text{㉡}$ 하면 $X = \frac{1}{2}, Y = \frac{1}{3}$

$\therefore x = 2, y = 3$

17. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 무수히 많은 것은?

보기

㉠ $2x + 4y = 6$

㉡ $4x + 8y = 10$

㉢ $3x + 2y = 7$

㉣ $x + 2y = 3$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉣식에 $\times 2$ 를 해 주면 ㉠식과 완전히 일치하게 되므로 ㉠과 ㉣을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 무수히 많다.

18. 다음 연립방정식 중 해가 존재하지 않는 것은?

$$\textcircled{1} \begin{cases} y = -3x \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} y = x - 2 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -7 \end{cases}$$

해설

$$\textcircled{5} \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x = 3y + 2 \end{cases} \quad \text{에서} \quad \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \quad \text{이므로 해가 없다.}$$

19. 중고 서점에서 200 권의 책을 1 권에는 120 원, 3 권 묶음에는 280 원, 5 권 묶음에는 400 원에 팔려고 하는데, 이 책을 다 팔면 총 16640 원이 남는다고 한다. 책 3 권 묶음을 될 수 있는 한 적게 만든다고 할 때, 책 5 권 묶음의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 36 개

해설

1 권짜리가 x 개, 3 권 묶음이 y 개, 5 권 묶음이 z 개가 있다고 하면

$$\begin{cases} x + 3y + 5z = 200 \cdots \text{㉠} \\ 120x + 280y + 400z = 16640 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ $\times 120 -$ ㉡ 을 하면

$$80y + 200z = 7360, \quad 2y + 5z = 184$$

즉, $5z = 2(92 - y)$ 이다.

여기서 $92 - y$ 는 5 의 배수이므로 y 가 가장 작으려면 $y = 2, z = 36$ 이다.

따라서 책 5 권 묶음의 개수는 36 개이다.

21. 상자에 A, B, C 세 종류의 구슬 28 개가 섞여 있다. 구슬 A, B, C 의 무게는 각각 3g , 2g , 1g 이고 이들의 총 무게는 48g 이다. (A구슬의개수) < (B구슬의개수) < (C구슬의개수) 일 때, C 구슬 의 개수는? (단, 구슬 A, B, C 의 개수는 모두 짝수이다.)

- ① 10 개 ② 11 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 14 개

해설

A, B, C 구슬의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면

$$x + y + z = 28 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3x + 2y + z = 48 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 을 하면 $2x + y = 20$

x, y, z 가 모두 짝수이고 $x < y < z$ 이므로

$x = 2$ 일 때 $y = 16, z = 10$: 조건에 어긋남.

$x = 4$ 일 때 $y = 12, z = 12$: 조건에 어긋남.

$x = 6$ 일 때 $y = 8, z = 14$

$x = 8$ 일 때 $y = 4$: 조건에 어긋남

따라서 구슬 C의 개수는 14개이다.

22. 50 명의 학생이 수학시험을 보았다. 1 번 문제는 2 점, 2 번 문제는 3 점, 3 번 문제는 5 점으로 채점을 하였더니 평균이 2.6 점이었고, 1 번 문제의 배점은 그대로 하고, 2 번 문제를 5 점, 3 번 문제를 3 점으로 배점을 바꾸어 채점을 하였더니 평균이 3 점이였다. 1 번 문제를 맞힌 학생의 수가 3 번 문제를 맞힌 학생의 수의 6 배와 같을 때, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 구하면? (단, 각 학생은 한 문제씩만 맞힌 것으로 한다.)

- ① 5 명 ② 10 명 ③ 15 명 ④ 20 명 ⑤ 25 명

해설

1 번, 2 번, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 각각 x , y , z 라 하면

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 2.6 \times 50 & \text{.....㉠} \\ 2x + 5y + 3z = 3 \times 50 & \text{.....㉡} \\ x = 6z & \text{.....㉢} \end{cases}$$

㉠, ㉡에 ㉢을 대입하면

$$\begin{cases} 3y + 17z = 130 & \text{.....㉣} \\ y + 3z = 30 & \text{.....㉤} \end{cases}$$

㉣ - ㉤ $\times 3$ 하면 $8z = 40$

$$z = 5$$

3 번 문제를 맞힌 학생은 5명이다.

24. 둘레의 길이가 1.2km 되는 공원 주변에 산책로가 있다. 같은 지점에서 출발하여 종혁이와 혜진이 두 사람이 서로 반대 방향으로 가면 10 분 만에 처음 만나고, 같은 방향으로 가면 1 시간 만에 종혁이가 혜진을 처음 따라 잡는다. 종혁이와 혜진이 두 사람의 속력을 각각 구하면?

- ① 종혁 : 70m /분, 혜진 : 65m /분
- ② 종혁 : 70m /분, 혜진 : 60m /분
- ③ 종혁 : 60m /분, 혜진 : 50m /분
- ④ 종혁 : 70m /분, 혜진 : 50m /분
- ⑤ 종혁 : 60m /분, 혜진 : 45m /분

해설

종혁이의 속력 : x m / 분

혜진이의 속력 : y m / 분

반대 방향으로 돌 경우 : $10x + 10y = 1200$

같은 방향으로 돌 경우 : $60x - 60y = 1200$

$\therefore x = 70, y = 50$

25. 4%의 소금물 x g 과 6%의 소금물을 섞은 후 물을 a g 더 부어 3%의 소금물 120 g 을 만들었다. 이때, $x : a = 1 : 3$ 이었다면 더 부은 물 a 의 양은?

① 24 g

② 27 g

③ 18 g

④ 36 g

⑤ 54 g

해설

$$\begin{cases} 4\% \text{ 소금물} : x \\ 6\% \text{ 소금물} : y \\ \text{더 부은 물의 양} : 3x \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x + y + 3x = 120 \\ x \times \frac{4}{100} + y \times \frac{6}{100} = 120 \times \frac{3}{100} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 120 & \dots \text{①} \\ 4x + 6y = 360 & \dots \text{②} \end{cases}$$

① - ② 을 하면 $x = 18$, $y = 48$ 이 된다.

따라서 더 부은 물의 양은 $3x$ 이므로 54 g 이다.