

1. $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, $\frac{4-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $a \leq \frac{4-2x}{3-x} \leq b$ 라 할 때, $a+2b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{4-2x}{3-x} = \frac{2(3-x)-2}{3-x} = 2 - \frac{2}{3-x} \text{ 이므로}$$

$$-1 \leq x \leq 1 \text{의 각 변에 } -1 \text{을 곱하면 } -1 \leq -x \leq 1$$

$$\text{각 변에 } 3 \text{을 더하면 } 2 \leq 3-x \leq 4$$

$$\text{역수를 취하면 } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3-x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } -2 \text{를 곱하면 } -1 \leq -\frac{2}{3-x} \leq -\frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } 2 \text{를 더하면 } 1 \leq 2 - \frac{2}{3-x} \leq \frac{3}{2}$$

$$a = 1, b = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } a + 2b = 4$$

2. $-1 < \frac{3x}{4} < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$ 일 때, $6x - 5y$ 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-33 < 6x - 5y < -6$

해설

$-1 < \frac{3x}{4} < \frac{1}{2}$ 에서

$-\frac{4}{3} < x < \frac{2}{3}$, $-8 < 6x < 4 \cdots \textcircled{\text{A}}$

$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{y} < \frac{1}{2}$ 에서

$2 < y \leq 5$, $-25 \leq -5y < -10 \cdots \textcircled{\text{B}}$

$\textcircled{\text{A}} + \textcircled{\text{B}}$ 을 하면 $-33 < 6x - 5y < -6$

3. 부등식 $ax + a - b < 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 부등식 $(a - 2b)x > a + b$ 를 풀면?

① $x > 2$

② $x > 1$

③ $x < -1$

④ $x < -2$

⑤ $x < -3$

해설

$$ax < -a + b$$

$$x < \frac{-a + b}{a} = 1 \quad (\because a > 0)$$

$$-a + b = a, \quad -2a = -b, \quad 2a = b$$

$$(a - 2b)x > a + b, \quad (a - 4a)x > a + 2a$$

$$-3ax > 3a$$

$$\therefore x < -1 \quad (\because -3a < 0)$$

4. $\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}$ 일 때, $ax+3 < 3a+x$ 의 해를 풀면?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x < -3$

④ $x > -3$

⑤ $x < 1$

해설

$$\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}, \quad 3(a-1) + 2a < 2 \quad \therefore a < 1$$

$$ax+3 < 3a+x, \quad (a-1)x < 3a-3, \quad x > \frac{3(a-1)}{a-1} \quad \therefore x > 3$$

5. 12% 소금물 300 g에 소금을 더 넣은 후, 더 넣은 소금의 양만큼 물을 증발시켜 농도가 20% 이상이 되게 하려고 한다. 최소 몇 g의 소금을 더 넣어야 하는가?

① 15 g ② 20 g ③ 24 g ④ 30 g ⑤ 36 g

해설

농도가 12 %인 소금의 양을 x g이라 하면

$$300 \times \frac{12}{100} = 36(\text{g})$$

더 넣은 소금의 양을 x g이라 하면

$$\frac{36+x}{300} \times 100 \geq 20$$

$$36+x \geq 60$$

$$x \geq 24(\text{g})$$

6. x, y 가 자연수일 때, 방정식 $\frac{2x-3}{2} = \frac{x+y+5}{4}$ 의 해가 $ax+by=22$ 를 만족한다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?(단, x, y 는 자연수)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\frac{2x-3}{2} = \frac{x+y+5}{4} \text{ 의 양변에 4를 곱하면}$$

$$2(2x-3) = x+y+5$$

$$4x-6 = x+y+5$$

$$3x-y = 11 \text{의 양변에 2를 곱하면}$$

$$6x-2y = 22$$

$$\therefore a=6, b=-2$$

$$\therefore a+b=4$$

7. 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{9}{4} \\ \frac{3}{y} + \frac{3}{z} = \frac{27}{20} \\ \frac{3}{z} + \frac{3}{x} = \frac{21}{10} \end{cases}$$
 의 해가 $x = a, y = b, z = c$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

- ① 11 ② 9 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

해설

$$\frac{3}{x} = X, \frac{3}{y} = Y, \frac{3}{z} = Z \text{ 라고 하면}$$

$$\begin{cases} X + Y = \frac{9}{4} \\ Y + Z = \frac{27}{20} \\ Z + X = \frac{21}{10} \end{cases}$$

$$2(X + Y + Z) = \frac{57}{10}$$

$$X + Y + Z = \frac{57}{20}$$

$$X = \frac{3}{2}, Y = \frac{3}{4}, Z = \frac{3}{5}, \quad x = 2, y = 4, z = 5$$

$$\therefore a + b + c = 11$$

8. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 2x + y - 2a = 4 \\ 4x + 3y + 2a = 8 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$$

① (2, 3)

② (2, -3)

③ (4, 3)

④ (4, -3)

⑤ (3, -2)

해설

$$\begin{cases} 2x + y - 2a = 4 & \dots \textcircled{1} \\ 4x + 3y + 2a = 8 & \dots \textcircled{2} \text{에서} \\ 3x + y = 9 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

① + ②를 하면

$$6x + 4y = 12 \text{에서 } 3x + 2y = 6 \dots \textcircled{4}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 9 & \dots \textcircled{3} \\ 3x + 2y = 6 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

③ - ④를 하면

$$x = 4, y = -3$$

9. 다음 연립방정식을 만족하는 x, y 에 대하여 $2(x-y)$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 6 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{1}{x-y} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x+y=a, x-y=b$ 라 하면 주어진 식은

$$\begin{cases} \frac{3}{a} + \frac{2}{b} = 6 & \cdots \textcircled{A} \\ \frac{a}{6} - \frac{1}{b} = -\frac{2}{3} & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} \times 2 - \textcircled{B}$ 하면

$$a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

따라서, $x+y = \frac{3}{2} \cdots \textcircled{C}, x-y = \frac{1}{2} \cdots \textcircled{D}$

$\textcircled{C} + \textcircled{D}$ 하면

$$x = 1, y = \frac{1}{2} \therefore 2(x-y) = 1$$

10. 함수 $f(x) = ax + 1 - (a - x)$, $f(2) = -1$ 일 때, $3f(1) - 2f(-2) = 2f(k)$ 를 만족하는 k 에 대하여 $3k$ 의 값은?(단, a 는 상수)

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$f(x) = ax + 1 - (a - x) = (a + 1)x + 1 - a$$

$$f(2) = -1 \text{ 에서 } a + 3 = -1$$

$$\therefore a = -4$$

$$\text{따라서 } f(x) = -3x + 5 \text{ 이므로}$$

$$3f(1) - 2f(-2) = 3 \times 2 - 2 \times 11 = -16$$

$$2f(k) = -6k + 10 \text{ 이므로}$$

$$-6k + 10 = -16$$

$$\therefore k = \frac{13}{3}, 3k = 13$$

11. 일차함수 $y = -\frac{1}{3}x + a$ 와 $y = bx + 1$ 의 두 그래프가 점 $(-3, 4)$ 에서 만난다. $y = ax + b$ 의 그래프가 지나는 어떤 점의 y 좌표가 8일 때, 이 점의 x 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = -\frac{1}{3}x + a$ 와 $y = bx + 1$ 의 두 그래프가 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로

$$4 = -\frac{1}{3} \times (-3) + a, \quad 4 = -3b + 1$$

$a = 3, b = -1$ 이므로 주어진 함수는

$y = 3x - 1$ 이다.

이 함수가 점 $(x', 8)$ 을 지나므로

$$8 = 3x' - 1, \quad x' = 3 \text{이다.}$$

따라서 이 점의 x 좌표는 3이다.

12. 어떤 일차함수의 그래프가 $(1, 3)$, $(-1, 7)$, (a, b) 의 세 점을 지난다. 이때, $4a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4a + 2b = 10$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{3-7}{1-(-1)} = \frac{b-3}{a-1}$$

$$-2(a-1) = b-3$$

$$2a + b = 5$$

$$\therefore 4a + 2b = 2(2a + b) = 2 \times 5 = 10$$

13. x 절편이 5, y 절편이 2인 직선을 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 한 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{4}$

해설

x 절편이 5, y 절편이 2인 직선의 방정식을 구하면

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 1, y = -\frac{2}{5}x + 2,$$

$y = -\frac{2}{5}x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 시키면

$$y = -\frac{2}{5}x + 1,$$

$y = -\frac{2}{5}x + 1$ 의 y 절편은 1, x 절편은 $\frac{5}{2}$

$$\therefore (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$$

14. 집 앞 과일가게에서 한 박스에 7500 원인 포도를 인터넷 쇼핑몰에서는 10% 할인하여 살 수 있다. 인터넷 쇼핑몰에서 구입하면 배송료가 2500 원일 때, 포도를 몇 박스 이상 사야 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리한지 구하여라.

▶ 답: 박스 이상

▶ 정답 : 4박스 이상

해설

x 박스를 구입한다고 하면

$$7500x > 2500 + 7500 \times (1 - 0.1) \times x$$

$$750x > 2500$$

$$x > \frac{10}{3}$$

즉, 포도를 4박스 이상 사는 경우, 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하다.

15. 일차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$ 을 만족하고

$\frac{f(m^2) - f(n^2)}{n^2 - m^2} = \frac{3}{4}$ 일 때, 이 일차함수의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{21}{8}$

해설

$$\frac{f(m^2) - f(n^2)}{n^2 - m^2} = \frac{f(m^2) - f(n^2)}{-(m^2 - n^2)} = \frac{3}{4} \text{ 에서}$$

$$\frac{f(m^2) - f(n^2)}{m^2 - n^2} = -\frac{3}{4} \text{ 이고 } -\frac{3}{4} \text{ 은 이 직선의 기울기이다. 따라서}$$

$$f(x) = ax + b \text{ 에서}$$

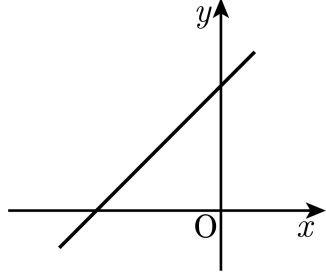
$$f(x) = -\frac{3}{4}x + b \text{ 이고 } x = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } y = -3 \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} + b = -3$$

$$\therefore b = -\frac{21}{8}$$

따라서 이 그래프의 y 절편은 $-\frac{21}{8}$ 이다.

16. 일차함수 $y = \frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \frac{a}{c}x + \frac{c}{a}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 찾아라.



▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1 사분면

해설

주어진 함수의 그래프에서
(기울기) > 0 , (y절편) > 0 이므로
 $y = \frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 에서 $\frac{a}{b} > 0$, $-\frac{c}{b} > 0$
따라서 $\frac{a}{b} > 0$, $\frac{c}{b} < 0$ 이고 a 와 b 는 같은 부호,
 b 와 c 는 다른 부호이다.
즉, a 와 c 는 서로 다른 부호이다.
 $y = \frac{a}{c}x + \frac{c}{a}$ 에서 $\frac{a}{c} < 0$, $\frac{c}{a} < 0$ 이므로
기울기가 0 보다 작고 y 절편이 0 보다 작은 그래프가 지나지
않는 사분면은 제 1 사분면이다.

17. 일차함수 $y = (2k - 3)x - 8k + 1$ 의 그래프가 제 2, 3, 4사분면을 지나기 위한 k 값을 $a < k < b$ 라고 할 때, $b \div a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

제 2,3,4사분면을 지나려면 오른쪽 아래를 향하고 음의 y 절편 값을 가지므로

$2k - 3 < 0$, $-8k + 1 < 0$ 이어야 한다.

그러므로 $\frac{1}{8} < k < \frac{3}{2}$ 이고, $a = \frac{1}{8}$, $b = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $b \div a = \frac{3}{2} \div \frac{1}{8} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$ 이다.

18. 일차함수 $y = mx + \frac{1}{m}$ 과 $y = \frac{9}{m}x + 2m$ 의 그래프가 평행할 때,
 $y = -\frac{m}{6}x + 3m$ 의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$m = \frac{9}{m}, m \times m = 9$$

$$\therefore m = -3 \text{ 또는 } m = 3$$

i) $m = -3$ 일 때,

$$y = \frac{1}{2}x - 9 \text{ 의 } x \text{ 절편은}$$

$$0 = \frac{1}{2}x - 9 \text{ 에서 } x = 18$$

ii) $m = 3$ 일 때,

$$y = -\frac{1}{2}x + 9 \text{ 의 } x \text{ 절편은}$$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 9 \text{ 에서 } x = 18$$

19. 두 일차함수 $y = ax + 7a + 5$ 와 $y = -\frac{4}{7}x + b$ 의 그래프가 일치할 때, $y = ax - b$ 의 그래프의 x 절편을 p , y 절편을 q 라 할 때, $4p + q$ 의 값은?

① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

해설

$$a = -\frac{4}{7}, 7a + 5 = b \text{ 에서 } b = 1$$

$$y = ax - b = -\frac{4}{7}x - 1$$

$$x \text{ 절편 : } 0 = -\frac{4}{7}x - 1 \quad \therefore x = -\frac{7}{4}$$

$$y \text{ 절편 : } -1$$

$$\therefore 4p + q = 4 \times \left(-\frac{7}{4}\right) - 1 = -8$$