**1.** $\dfrac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500 ② 1000 ③ 500

④ 250 ⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} = \frac{1000 \cdot 1000}{(252+248)(252-248)}$$
$$= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4}$$
$$= 500$$

**2.** $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

**3.** 이차방정식 $2x^2-6x+4=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$ 은?

① $-9$ ② $-2$ ③ $0$ ④ $5$ ⑤ $13$

해설

$\alpha+\beta=3, \quad \alpha\beta=2$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=9-4=5$

**4.** 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 $x$축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 $k$의 값의 범위는?

① $k < 1$ ② $1 < k < 3$

③ $k < 3$ ④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

**해설**

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 $x$축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 $D$라 하면 $D > 0$이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$k^2 - 6k + 5 > 0$, $(k-1)(k-5) > 0$

$\therefore k < 1$ 또는 $k > 5$

**5.** 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = x^2 - 2x - 3 \ (0 \leq x \leq 4)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 5

▷ 정답 : 최솟값 $-4$

해설

먼저, 주어진 식을 $y = a(x-m)^2 + n$의 꼴로 변형하여그래프를 그린 다음 주어진 구간 안에서 가장 높은 점과 가장 낮은 점을 조사한다.

$y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$

꼭짓점 : $x = 1$ 일 때 $y = -4$

양끝점 : $\begin{cases} x = 0 \text{ 일 때 } y = -3 \\ x = 4 \text{ 일 때 } y = 5 \end{cases}$

$x = 4$에서 최댓값 5 , $x = 1$에서 최솟값 $-4$

**6.** 등식 $2x^2-3x-2=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$가 $x$값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

양변에 $x=0$을 대입하면

$-2=2a \quad \therefore \; a=-1$

양변에 $x=1$을 대입하면

$-3=-b \;\; \therefore \; b=3$

양변에 $x=2$를 대입하면

$0=2c \;\; \therefore c=0$

$\therefore \; a+b+c=2$

**7.** 두 다항식 $x^3+1$, $x^3+2x^2-5x-6$의 최대공약수를 구하면?

① $x$ ② $x+1$ ③ $x+2$ ④ $x-1$ ⑤ $x-2$

해설

$x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$

$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$

따라서 최대공약수는 $x+1$

**8.** $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$　　② $-1-i$　　③ $0$

④ $1+i$　　⑤ $1-i$

해설

$$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$$

$$\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\left(\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}+\frac{1}{i^8}\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{i^{45}}+\frac{1}{i^{46}}+\frac{1}{i^{47}}+\frac{1}{i^{48}}\right)+\frac{1}{i^{49}}+\frac{1}{i^{50}}$$

$$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\frac{1}{i}-1$$

$$=\frac{1}{i}-1=-i-1$$

**9.** 임의의 두 복소수 $a$, $b$ 에 대하여 연산 $\oplus$ 를 $a \oplus b = ab - (a+b)$ 로 정의한다. $\mathrm{Z} = \dfrac{5}{2-\mathrm{i}}$ 일 때, $\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}}$ 의 값은?

① 1 ② $1+2i$ ③ $1-2i$

④ $-1$ ⑤ $2-2i$

해설

$\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}} = Z\overline{Z} - (Z + \overline{Z})$, $Z = 2+i$, $\overline{Z} = 2-i$ 이므로 연산을 계산해보면, $5-4=1$ 답은 ①

**10.** 복소수 $z$ 에 대하여 $z\bar{z}=13$ , $z+\bar{z}=4$ 일 때, 복소수 $z$ 는? (단, $\bar{z}$ 는 $z$ 의 켤레복소수이다.)

① $2-2i$ ② $2\pm3i$ ③ $2\pm\sqrt{3}i$

④ $3\pm2i$ ⑤ $4\pm3i$

해설

$z=a+bi$ ($a,\ b$ 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$z\bar{z}=13$ , $z+\bar{z}=4$ 에서

$(a+bi)(a-bi)=13$ , $(a+bi)+(a-bi)=4$

$a^2+b^2=13$ , $2a=4$

$\therefore\ A=2,\ b=\pm3$

$z=2\pm3i$

**11.** 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$
\begin{aligned}
\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}}\ \frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{-2}}{\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-2}} \\
&= \boxed{\text{㉡}}\ \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-2}} \\
&= \boxed{\text{㉢}}\ \frac{\sqrt{-16}}{2} \\
&= \boxed{\text{㉣}}\ \frac{4i}{2} \\
&= \boxed{\text{㉤}} = \sqrt{-4}
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{-2}\sqrt{-2} = \sqrt{2}i\sqrt{2}i = 2i^2 = -2$

따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

**12.** 이차방정식 $2x^2-6x+1=0$의 두 근을 $\alpha,\beta$라 할 때, $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2-6x+1=0$

② $x^2-6x+1=0$

③ $x^2-7x+3=0$

④ $2x^2+6x-1=0$

⑤ $2x^2-7x+3=0$

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha+\beta=\dfrac{6}{2}=3$ , $\alpha\beta=\dfrac{1}{2}$ 이므로

3 과 $\dfrac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$3+\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{2}$ , $3\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$

$\therefore\ x^2-\dfrac{7}{2}x+\dfrac{3}{2}=0$

$\therefore\ 2x^2-7x+3=0$

**13.** $x$ 에 대한 다항식 $x^3+ax^2+bx+2$ 를 $x^2-x+1$ 로 나눈 나머지가 $x+3$ 이 되도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, $ab$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=-6$

해설

검산식을 사용

$x^3+ax^2+bx+2=(x^2-x+1)\cdot A+(x+3)$

$A=(x+p)$

$x^3+ax^2+bx+2-(x+3)=(x^2-x+1)(x+p)$

$x^3+ax^2+(b-1)x-1=(x^2-x+1)(x-1)\quad \therefore p=-1$

우변을 정리하면

$\therefore\ a=-2,\ b=3$

$\therefore ab=-6$

**14.** $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2$이고 $ab \neq 0$일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $ax+by=0$ ② $a+b=x+y$ ③ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

④ $x=y$ ⑤ $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$

해설

$(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2=0$을

간단히 정리하면

$a^2y^2+b^2x^2-2abxy=0$

즉, $(ay-bx)^2=0$

$\therefore\ ay-bx=0(\because\ a,\ x,\ b,\ y$는 실수)

따라서, $ay=bx$에서 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$

**15.** 두 다항식 $(1+2x+3x^2+4x^3)^3$, $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 $x^3$ 의 계수를 각각 $a$, $b$라 할 때, $a-b$의 값을 구하면?

① $-21$ ② $-15$ ③ $-5$ ④ $-1$ ⑤ $0$

해설

$(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 전개식에서
$x^4$ 항의 계수는 $x^3$ 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1+2x+3x^2+4x^3)^3$ 의 전개식에서 $x^3$ 의 계수와 $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 전개식에서 $x^3$ 의 계수는 같다.
$\therefore\ a=b \quad \therefore\ a-b=0$

**16.** $x$ 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2-3x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x+4$ 이고, $x^2-4x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x+3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3-6x^2+11x-6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

① 86 ② 88 ③ 90 ④ 92 ⑤ 94

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$

$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots$ ㉠

$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$

$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots$ ㉡

$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$

$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots$ ㉢

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$a+b+c=5,\ 4a+2b+c=6,\ 9a+3b+c=9$

세식을 연립하여 풀면, $a=1,\ b=-2,\ c=6$

$R(x) = x^2 - 2x + 6$

$\therefore R(10) = 86$

**17.** 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누면 나머지는 $-4$ 이고, 그 몫을 $x+2$ 로 나누면 나머지는 $2$ 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $-14$

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$ 라 하면
$f(-2)=-5Q(-2)-4$
그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

**18.** $x$에 대한 다항식 $x^3+2x^2-ax+b$가 $x^2+x-2$로 나누어 떨어질 때, $a^2+b^2$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(x)=x^3+2x^2-ax+b=(x^2+x-2)Q(x)$$
$$=(x+2)(x-1)Q(x)$$

인수정리에 의해 $x=-2, x=1$을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$\therefore f(-2)=-8+8+2a+b=0$

$f(1)=1+2-a+b=0$ 연립하면, $a=1, b=-2$

$\therefore\ a^2+b^2=5$

**19.** 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 $x^3+2x^2-x-2$이다. 두 다항식을 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, $f(3)+g(3)$의 값은?

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

**해설**

먼저 $x^3+2x^2-x-2$를 조립제법을 이용하여 인수분해 한다.

$$
\begin{array}{r|rrrr}
1 & 1 & 2 & -1 & -2 \\
 & & 1 & 3 & 2 \\ \hline
-2 & 1 & 3 & 2 & \boxed{0} \\
 & & -2 & -2 & \\ \hline
 & 1 & 1 & \boxed{0} & \\
\vdots & & & &
\end{array}
$$

$\Rightarrow x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+2)(x+1)$

최대공약수가 $(x-1)$이므로

$f(x)=(x-1)(x+2), g(x)=(x-1)(x+1)\cdots$ ㉠

또는 $f(x)=(x-1)(x+1), g(x)=(x-1)(x+2)\cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 두 경우 모두 $f(3)+g(3)=18$

**20.** 이차방정식 $x^2+6x+a=0$의 한 근이 $b+\sqrt{3}i$일 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, $a, b$는 실수이고 $i=\sqrt{-1}$이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

계수가 모두 실수이므로
다른 한 근은 $b-\sqrt{3}i$이다.
따라서 두 근의 근과 계수의 관계에서
$a=(b+\sqrt{3}i)(b-\sqrt{3}i)=b^2+3$
$-6=(b+\sqrt{3}i)+(b-\sqrt{3}i)=2b,$
$b=-3,\ a=12$
따라서 $a+b=9$

**21.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2-2ax+4b+2=0$의 두 근의 차가 2가 되도록 하는 실수 $a, b$에 대하여 $b$의 최솟값을 구하면?

① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

두 근의 차가 2이므로

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4$

$(2a)^2-4(4b+2)=4$

$\therefore\ a^2-(4b+2)=1,\quad b=\frac{1}{4}a^2-\frac{3}{4}$

$\therefore$ $b$의 최솟값은 $-\frac{3}{4}$

**22.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2-(k-3)x+k+2=0$의 두 근이 모두 양수일 때 실수 $k$의 값의 범위는?

① $k \geq -5-2\sqrt{6}$ ② $k \geq -5+2\sqrt{6}$ ③ $k \geq -5+\sqrt{6}$

④ $k \geq 5+\sqrt{6}$ ⑤ $k \geq 5+2\sqrt{6}$

해설

$x^2-(k-3)x+k+2=0$에서

$D=(k-3)^2-4(k+2)$

$=k^2-6k+9-4k-8$

$=k^2-10k+1 \geq 0$

$\therefore k \leq 5-2\sqrt{6}$ 또는 $k \geq 5+2\sqrt{6}$

두 근의 합 $k-3>0$이므로 $k>3$

두 근의 곱 $k+2>0$이므로 $k>-2$

따라서 $k \geq 5+2\sqrt{6}$

**23.** 이차함수 $y=-x^2-4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 $m$ 의 값을 구하여라.(단, $m>0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

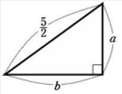
해설

$y=-x^2-4mx=-(x+2m)^2+4m^2$
최댓값이 16 이므로 $4m^2=16$
$m>0$ 이므로 $m=2$ 이다.

**24.** 빗변의 길이가 $\frac{5}{2}$ 인 직각 삼각형의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, 빗변이 아닌 두 변의 길이의 합은?

① $\frac{\sqrt{37}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{34}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{31}}{2}$ ④ $4$ ⑤ $\frac{7}{2}$

해설




직각을 낀 두 변의 길이를 각각 $a, b$ 라 하면넓이는

$$\frac{1}{2}ab = \frac{3}{2} \quad \cdots ①$$

$$a^2 + b^2 = \frac{25}{4} \quad \cdots ②$$

①, ②식에서

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$= \frac{25}{4} + 6 = \frac{49}{4}$$

$$\therefore\ a + b = \frac{7}{2}$$

**25.** 방정식 $2xy-4x-y=4$를 만족하는 양의 정수 $x$, $y$를 구하면 $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\beta \end{cases}$,

$\begin{cases} x=\gamma \\ y=\delta \end{cases}$ 이다.

$\alpha+\beta+\gamma+\delta$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서 $x$, $y$가 양의 정수이므로

$2x-1$, $y-2$도 각각 정수이고 특히 $2x-1$은 양의 홀수이다.

$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

$\therefore\ \alpha+\beta+\gamma+\delta=15$