

1. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

- ① $8 < x < \frac{37}{3}$ ② $8 < x < \frac{40}{3}$ ③ $9 < x < \frac{37}{3}$
④ $9 < x < \frac{40}{3}$ ⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. ‘어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.’를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, ‘어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다’를 식으로 표현하면, $6(x - 5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x - 5) > 24 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$$
 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

2. 부등식 $|x - 2| \leq 2x - 1$ 을 풀면?

① $x \geq 2$

② $x \geq -1$

③ $1 \leq x < 2$

④ $x \geq 1$

⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$ 인 경우

$$-x + 2 \leq 2x - 1$$

$$3 \leq 3x, 1 \leq x$$

이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$ 이다.

(ii) $x \geq 2$ 인 경우

$$x - 2 \leq 2x - 1$$

$$-1 \leq x$$

이 범위에서 해는 $x \geq 2$ 이다.

따라서 x 의 범위는 $x \geq 1$ 이다.

3. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

4. 두 점 $A(1, -3)$, $B(3, 7)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 $P(a, b)$ 와 2 : 3으로 외분하는 점 $Q(c, d)$ 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① $-\frac{134}{5}$ ② $-\frac{116}{5}$ ③ $\frac{134}{5}$ ④ $\frac{116}{5}$ ⑤ 20

해설

$$P(a, b) = \left(\frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 7 + 3 \times (-3)}{2 + 3} \right)$$

$$= \left(\frac{9}{5}, 1 \right)$$

$$Q(c, d) = \left(\frac{2 \times 3 - 3 \times 1}{2 - 3}, \frac{2 \times 7 - 3 \times (-3)}{2 - 3} \right)$$

$$= (-3, -23)$$

$$\therefore a + b + c + d = \frac{9}{5} + 1 - 3 - 23$$

$$= -\frac{116}{5}$$

5. 점 $(2, -1)$ 을 지나고, 기울기가 -3 인 직선의 방정식이 $ax+by-5=0$ 일 때 $a+b$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

점 (x_1, y_1) 을 지나고 기울기가 m 인
직선의 방정식은 $y - y_1 = m(x - x_1)$ 이므로
구하는 직선의 방정식은 $y - (-1) = -3(x - 2)$
즉 $y = -3x + 5 \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 을 직선의 방정식의 일반형으로 고치면
 $3x + y - 5 = 0$
 $\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

6. 점 (2, -1) 과 직선 $x - y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\therefore \text{거리} = \frac{|2 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

7. 두 점 $A(-3, -2)$, $B(1, 1)$ 로부터 같은 거리에 있는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $x + 2y + 3 = 0$

② $2x + y + 3 = 0$

③ $4x - 6y + 15 = 0$

④ $4x + 6y + 7 = 0$

⑤ $8x + 6y + 11 = 0$

해설

$P(x, y)$ 라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$$

$$\therefore 8x + 6y + 11 = 0$$

8. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+2, y+1)$ 에 의하여 점 $(1, 2)$ 는 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(-1, 1)$

② $(2, 1)$

③ $(2, 4)$

④ $(3, 3)$

⑤ $(3, 4)$

해설

$$f(x, y) \rightarrow (x+2, y+1)$$

$$f : (1, 2) \rightarrow (3, 3)$$

9. $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 3$ 을 만족하는 x 가 없도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

$x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

모든 실수 x 에 대하여

$x^2 - 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2a + 3) \leq 0, (a - 3)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서, 구하는 정수 a 의 개수는

-1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

10. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $2 < x < 3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로

$$(x - 2)(x - 3) < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0, a = -5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 1$$

11. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

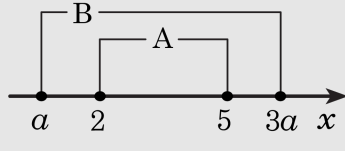
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x + 4 \\ x^2 - 4x - 5 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

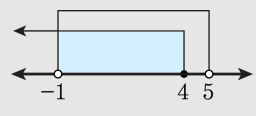
$$\textcircled{㉠} 2x \leq x + 4,$$

$$\therefore x \leq 4$$

$$\textcircled{㉡} x^2 - 4x - 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 5$$



$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 범위의

공통범위는 $-1 < x \leq 4$

$\therefore x = 0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

13. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

14. 좌표평면 위의 점 A(3, -2), B(4, 5), C(-1, 3)을 세 꼭짓점으로 하는
평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 (x, y)라 할 때 x+y
의 값을 구하여라.

▶ 답 :

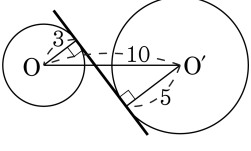
▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면
$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$
$$\therefore x = -2, y = -4$$

따라서 점 D의 좌표는 (-2, -4)

15. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

16. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

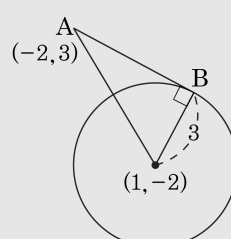
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로

$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



17. 직선 $y = 2x - 5$ 를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 직선 $y = 2x + 5$ 와 일치하였다. 이때, a, b 사이의 관계식은?

- ① $2a - b = 5$ ② $2a - b = -10$ ③ $2a + b = 5$
④ $2a + b = 10$ ⑤ $2a - b = 10$

해설

$y = 2x - 5$, x 축 방향으로 a , y 축 방향으로 b 만큼 이동시키면,
 $y - b = 2(x - a) - 5$
 $\Rightarrow y = 2x - 2a + b - 5$
 $\therefore -2a + b - 5 = 5$
 $\Rightarrow 2a - b = -10$

18. 민수는 각각 a , $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+4 < a+(a+2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

19. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

- ① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$ ② $\frac{3}{2} < x \leq 3$ ③ $2 \leq x < 3$
④ $1 \leq x < 3$ ⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$ 로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$ 이므로

부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$ 에서 $[x] = 2$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

20. 연립부등식
$$\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 2x^2 + (7 - 2a)x - 7a < 0 \end{cases}$$

을 만족하는 정수가 -3 한 개뿐일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ㉠ $-3 < a \leq 3$ ㉡ $-3 < a \leq 2$ ㉢ $-2 < a \leq 7$
 ㉣ $0 < a \leq 7$ ㉤ $7 < a \leq 10$

해설

$x^2 - 4 > 0$ 에서
 $(x + 2)(x - 2) > 0$
 $\therefore x < -2$ 또는 $x > 2 \cdots \textcircled{㉠}$
 $2x^2 + (7 - 2a)x - 7a < 0$ 에서
 $(2x + 7)(x - a) \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 동시에 만족하는 정수가
 -3 뿐이어야 하므로
 a 가 취할 수 있는 범위는 $-3 < a \leq 3$ 이다.

21. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

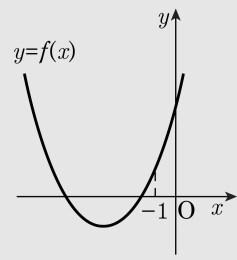
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

이상에서 $-7 < k < -1$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

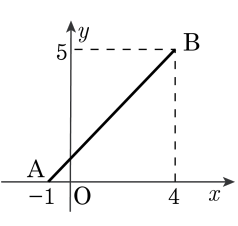
22. 세 점 $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$, $C(5, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형
- ② $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
- ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
- ④ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이므로
 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

23. 두 점 A(-1, 0), B(4, 5)에 대하여 두 점 A, B로부터의 거리의 비가 3 : 2 점 P의 자취의 방정식은?



- ① $(x-5)^2 + (y-6)^2 = 50$ ② $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 60$
③ $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 70$ ④ $(x-7)^2 + (y-8)^2 = 80$
⑤ $(x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$

해설

점 P를 (x, y) 라 두면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$$
$$\overline{BP} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2}$$

$\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$ 이므로

$$\sqrt{(x+1)^2 + y^2} : \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 3 : 2$$

정리하면 $(x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$

24. 직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은 네 점 P(1, 3), Q(3, 0), R(5, 3), S(3, 6)을 꼭짓점으로 하는 마름모 PQRS의 넓이를 이등분한다. 이 때, a, b 사이의 관계식은?
- ① $a + b + 1 = 0$

② $2a - 3b + 3 = 0$

③ $3a - b + 3 = 0$

④ $2a - 2b + 1 = 0$

⑤ $3a - 2b + 3 = 0$

해설

직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$ 을
 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선은
 $y - b = \frac{3}{2}(x - a) - 3 \cdots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 이 마름모 PQRS의 넓이를
이등분하려면 대각선
 $\overline{PR}$ 와 $\overline{QS}$ 의 교점인 $\overline{PR}$ 의 중점을 지나야 한다.
이 때, $\overline{PR}$ 의 중점을 M이라 하면 M의 좌표는 $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{3+3}{2}\right) =$
(3, 3)
직선 $\textcircled{1}$ 이 점 (3, 3)을 지나므로
 $3 - b = \frac{3}{2}(3 - a) - 3, 6 - 2b = 3(3 - a) - 6$
 $\therefore 3a - 2b + 3 = 0$

25. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 1), B(4, 2)와 x 축 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 길이의 최솟값은?

① 3 ② $3\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 점 A(1, 1)을 직선 x 축에 대하여 대칭이
동하여 옮겨진 점 A'(1, -1)와 점 B(4, 2) 사이의 직선거리인
 $\overline{A'B}$ 이므로 $\sqrt{(4-1)^2 + (2+1)^2} = 3\sqrt{2}$