

1. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases}$$

① $x > -2$

② $x \leq 1$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 < x \leq 1$

⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases} \Rightarrow -2 < x \leq 1$$

2. 부등식 $-5 \leq 2x - 3 < 3$ 을 만족하는 정수는 모두 몇 개인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

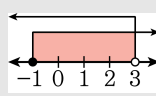
$$-5 \leq 2x - 3 < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5 \leq 2x - 3 \\ 2x - 3 < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x \leq 2 \\ 2x < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x < 3 \end{cases} \quad \therefore -1 \leq x < 3 \text{ 을 만족하는 정수}$$

따라서 $-1, 0, 1, 2$ 이므로 4개이다.



3. 점 (1, 3) 을 지나고 기울기가 3 인 직선은?

① $y = 3x$

② $y = -x + 2$

③ $y = -2x + 3$

④ $y = -2x$

⑤ $y = \frac{1}{3}x + 2$

해설

$$y - 3 = 3(x - 1)$$

$$\Rightarrow \therefore y = 3x$$

4. 두 점 $(4, 3)$, $(4, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x + 2$

② $y = x - 3$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $y = -1$

해설

두 점 $(4, 3)$, $(4, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $x = 4$

5. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$ 은 어떤 도형을 나타내는가?

- ① 중심이 (2, 1) 이고 반지름의 길이가 1 인 원
- ② 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ③ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ④ 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원
- ⑤ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원

해설

$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$
 $\therefore$ 중심은 (2, -1) 이고,
반지름은 4 이다.

6. 두 원 $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$, $2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2 = 0$ 의 공통현이 직선 $y = -3x - 1$ 과 직교할 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 4
- ④ 8
- ⑤ 16

해설

두 원의 공통현의 방정식은
 $2(x^2 + y^2 - x + 2y - 3) - (2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2) = 0$
즉, $4x + (4 - a)y - 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 과 직선 $y = -3x - 1$ 은 직교하므로
 $\frac{-4}{4 - a} \times (-3) = -1$ 에서 $a = 16$

7. 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 점(2, 1)이 점 $(1, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(2, 1)$ 이 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 옮겨진 점이 $(1, b)$ 이므로

$$2+a=1, 1+4=b$$

$$\therefore a=-1, b=5$$

$$\therefore a+b=4$$

8. 직선 $2x - y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식은?

- ① $2x - y + 3 = 0$ ② $2x + y + 1 = 0$ ③ $2x - y - 1 = 0$
④ $2x - y - 3 = 0$ ⑤ $2x - y - 5 = 0$

해설

직선 $2x - y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 4만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행 이동하면

$$2(x - 4) - (y + 2) + 5 = 0$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

9. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

10. 이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a 의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$

이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (4a + 5) < 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a - 5)(a + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 5$$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4이다.

11. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 1$ ② $a < -\frac{1}{3}$ ③ $a \geq -\frac{1}{3}$
④ $a \leq -\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3} < a < 1$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하는 경우는 전체에서 모든 실수 x 에 대하여 $ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 인 경우를 제외하면 된다.
 $ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $a < 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
또, 이차방정식 $ax^2 + (a+1)x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,
 $D = (a+1)^2 - 4a^2 < 0$, $-3a^2 + 2a + 1 < 0$
 $3a^2 - 2a - 1 > 0$, $(3a+1)(a-1) > 0$
 $\therefore a < -\frac{1}{3}$ 또는 $a > 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면 $a < -\frac{1}{3}$
따라서 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하려면 $a \geq -\frac{1}{3}$ 이면 된다.

12. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

13. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x - 1)^2 \leq 0$$

$(x - 1)^2$ 은 항상 0 이상이므로

만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일

$$x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$$

$$\rightarrow (x + 1)^2 + 1 \geq 1$$

$\therefore$ 모든 실수

$$\therefore x = 1$$

14. 좌표평면 위의 두 점 $P(a, 3)$, $Q(1, a)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

15. A (4, 7), B (3, 2), C (5, 3), D (x, y)에 대하여 사각형 ABCD가 평행 사변형일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\left(\frac{4+5}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = \left(\frac{x+3}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$$

$$\therefore x+3=9, y+2=10$$

$$\therefore x=6, y=8$$

16. 점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한

점 Q 는 Q (2, -1)

또, 점 P (2, 1) 을 원점에 대하여

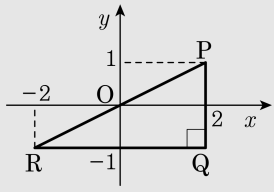
대칭이동한 점 R 는 R (-2, -1)

따라서, 다음 그림에서 세 점

P (2, 1), Q (2, -1), R (-2, -1) 을

꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



17. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

18. 연립부등식 $\begin{cases} 2-x \leq 6x+a \\ 4x-5 \geq 5x-6 \end{cases}$ 의 해가 $x=m$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$4x-5 \geq 5x-6$$

$$-x \geq -1$$

$$x \leq 1$$

$$2-x \leq 6x+a$$

$$-7x \leq a-2$$

$$x \geq \frac{a-2}{-7}$$

$$x=m \text{ 이므로 } \frac{a-2}{-7} = 1$$

$$\therefore a = -5$$

19. 지수는 이번 기말고사에 국어, 영어, 과학, 수학 4 과목을 시험을 치루었다. 지금까지의 국어, 영어, 과학 성적이 각각 88 점, 79 점, 97 점 일 때, 수학성적까지의 평균이 88 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 수학시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는가? (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답: 점

▶ 정답 : 88점

해설

$$\begin{aligned} 88 &\leq \frac{88 + 79 + 97 + x}{4} \leq 91 \\ 88 \times 4 &\leq 88 + 79 + 97 + x \leq 91 \times 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} 352 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 352 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} x \geq 88 \\ x \leq 100 \end{cases} \\ \therefore 88 \leq x \leq 100 \end{aligned}$$

20. 일차부등식 $|x+1|+|x-3|<6$ 을 만족하는 x 의 최대 정수의 값은?

① 6

② 5

③ 3

④ 4

⑤ 2

해설

i) $x < -1$ 일 때 $-(x+1)-(x-3) < 6, -2x < 4 \therefore x > -2$
공통부분은 $-2 < x < -1$
ii) $-1 \leq x \leq 3$ 일 때 $x+1-(x-3) < 6 \therefore 4 < 6$
 $-1 \leq x \leq 3$ 은 성립
iii) $x \geq 3$ 일 때 $x+1+x-3 < 6, 2x < 8 \therefore x < 4$
공통부분은 $3 \leq x < 4$
세 경우를 합하면 $-2 < x < 4$
 $\therefore x$ 의 최대정수 : 3

21. 모든 실수 x 에 대하여 곡선 $y = x^2 + (k-2)x + 3$ 의 그래프가 직선 $y = x + 2$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있기 위한 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $1 < k < 5$ ② $1 \leq k \leq 5$ ③ $k \leq -1, k \leq 5$
④ $k < 1, k > 5$ ⑤ $k \leq 1, k \geq 5$

해설

곡선의 그래프가 직선의 그래프보다 위쪽에 있으려면 $x^2 + (k-2)x + 3 > x + 2$
 $\therefore x^2 + (k-3)x + 1 > 0$
위의 부등식이 항상 만족해야 하므로
방정식 $x^2 + (k-3)x + 1 = 0$ 의 판별식 D 가 $D < 0$ 이어야 한다.
 $D = (k-3)^2 - 4 < 0$
 $k^2 - 6k + 5 < 0$
 $\therefore 1 < k < 5$

22. 다음에서 원과 직선이 접하는 것은?

① $x^2 + y^2 = 4$, $x - y + 3 = 0$

② $x^2 + y^2 = 16$, $x - y + 5 = 0$

③ $x^2 + y^2 = 5$, $2x - y - 5 = 0$

④ $x^2 + y^2 = 3$, $x - 2y + 3 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 = 4$, $x + y - 2 = 0$

해설

① $(0, 0)$, $r = 2$, $d = \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\therefore d > r$

② $(0, 0)$, $r = 4$, $d = \frac{5}{\sqrt{2}}$

$\therefore d < r$

③ $(0, 0)$, $r = \sqrt{5}$, $d = \sqrt{5}$

$\therefore r = d$

④ $(0, 0)$, $r = \sqrt{3}$, $d = \frac{3}{\sqrt{5}}$

$\therefore r > d$

⑤ $(0, 0)$, $r = 2$, $d = \frac{2}{\sqrt{2}}$

$\therefore r > d$

23. 1개에 1,000 원 하는 볼펜과 1 개에 2,000 원 하는 노트를 합쳐서 30 개를 사려고 한다. 노트를 볼펜보다 많이 사고 전체 금액이 54,000 원 이하가 되도록 하려고 한다. 노트를 최소 a 개, 최대 b 개 살 수 있다면, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 384$

해설

노트의 개수를 x 라고 놓으면 볼펜의 개수는 $30 - x$ 이다. 노트를 볼펜보다 많이 사게 되면 $x > 30 - x$ 이다.

볼펜과 노트를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $2000x + 1000(30 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 54,000 원 이하가 되어야 하기 때문에 $2000x + 1000(30 - x) \leq 54000$ 이다.

위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 30 - x \\ 2000x + 1000(30 - x) \leq 54000 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$$\text{이를 간단히 하면 } \begin{cases} x > 15 \\ x \leq 24 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 $15 < x \leq 24$ 이다.

그러므로 노트는 최소로 16 개, 최대로 24 개 살 수 있다.

따라서 $a = 16$, $b = 24$ 이다.

$$\therefore 16 \times 24 = 384$$

24. 두 점 A(2, 3), B(0, -1)를 이은 선분 AB, 또는 그연장선 위에 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 인 점 C 는 두 개가 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리는?

- ① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ $2\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

해설

$\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 만족시키는 C 는 $\overline{AB}$ 의 1 : 1 내분점이거나 3 : 1 외분점이다.

i) 1 : 1 내분점은 $\left(\frac{2+0}{2}, \frac{3+(-1)}{2}\right) = (1, 1)$

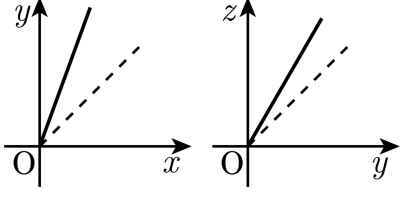
ii) 3 : 1 외분점은

$\left(\frac{3 \times 0 - 1 \times 2}{3 - 1}, \frac{3 \times (-1) - 1 \times 3}{3 - 1}\right) = (-1, -3)$

i), ii) 사이 거리는

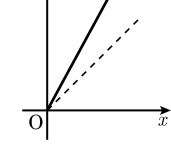
$\sqrt{(1+1)^2 + (1+3)^2} = 2\sqrt{5}$

25. 세 변수 x, y, z 에 대하여 아래의 두 그래프(실선)는 각각 x 와 y, y 와 z 사이의 관계를 나타낸 것이다.

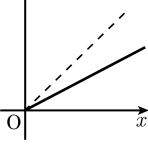


이때, x 와 z 사이의 관계를 그래프로 나타내면? (단, 점선은 원점을 지나고 기울기가 1 인 직선이다.)

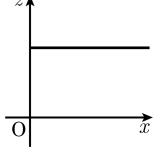
①



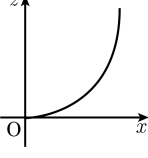
②



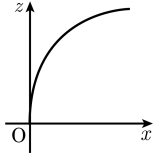
③



④



⑤



해설

주어진 그래프에서 x, y, z 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y = ax(a > 1), z = by(b > 1)$
 $\therefore z = b(ax) = abx \ (ab > 1)$
 따라서, $z = abx$ 의 그래프는 보기의 ①과 같다.